

# Gravitationswellen und deren Nachweis

---

Werner Becker

Max-Planck Institut für extraterrestrische Physik

Garching

[web@mpe.mpg.de](mailto:web@mpe.mpg.de)

<http://www.xray.mpe.mpg.de/~web>

*9. Dezember 2003*

# Gravitationswellen und deren Nachweis

## 1.) Die Wellengleichung

- Grundlagen zur ART, die linearisierten Feldgleichungen, Lorentz-Eichung

## 2.) Eigenschaften von Gravitationswellen

- Untersuchung der homogenen Wellengleichung
- Wirkung auf frei fallende Testmassen, Polarisationsmoden

## 3.) Quellen von Gravitationswellen

- Untersuchung der inhomogenen Wellengleichung, Quadrupolformel

## 4.) Indirekter Nachweis von Gravitationswellen

- Der Binärpulsar PSR 1913+16, Nobelpreis 1993

## 5.) Die aktuellen Experimente

- Laser-Interferometer Experimente und Resonanzantennen

# Gravitationswirkung

---



# Gravitationswirkung

---



Alle Körper fallen mit der gleichen Beschleunigung, unabhängig von ihrer Masse oder ihrer Zusammensetzung („Äquivalenzprinzip“).

Im freien Fall herrscht  
Schwerelosigkeit!  
Keine Kräfte!

# Gravitation nach Newton:

---



**Isaac Newton**  
**(1643 – 1727)**

„Alle Massen üben  
eine **anziehende Kraft**  
auf einander aus.“

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

## Gravitationsgesetz

empirisch ermittelt, gibt keine  
Erklärung **WARUM** sich Massen  
gegenseitig anziehen.

# Grenzen der Newtonschen Mechanik

---

- Konstanz der Lichtgeschwindigkeit - Ätherproblem
- Aberration des Lichtes (folgt aus der Bewegung der Erde um die Sonne sowie aus der endlichen Ausbreitungsgeschw. des Lichtes)
- Lebensdauer der Myonen in der kosmischen Strahlung
- Periheldrehung des Merkurs
- Äquivalenz von Masse und Energie

# Grundlagen zur Allgemeinen Relativitätstheorie

---

## Ausgangspunkt:

- Die Spezielle Relativitätstheorie (SRT) basiert auf dem Relativitätsprinzip (Erfahrungssatz!): Die Physik ist identisch in allen Bezugssystemen die geradlinig und gleichförmig gegeneinander bewegt sind (INERTIALSYSTEM)
- Inertialsysteme bilden eine ausgezeichnete Klasse von Bezugssystemen, in ihnen bewegen sich kräftefreie Körper geradlinig und gleichförmig.
- Forderungen (aus Erfahrungstatsachen)
  - Newtonsche Bewgl. sind invariant unter gewissen Transformationen  $I_1 \rightarrow I_2$ 
    - > Galilei-Transformationen der klass. Physik/Mechanik
  - Elektrodynamik invariant für  $I_1 \rightarrow I_2$ 
    - > Lorentz-Transformationen

# Grundlagen zur Allgemeinen Relativitätstheorie

---

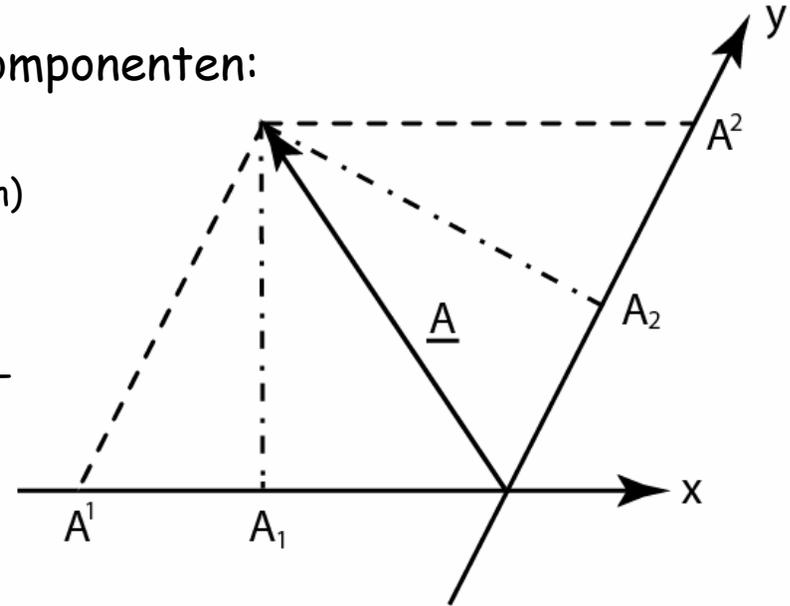
- Die Allgemeine Relativitätstheorie (ART) erweitert die spezielle Relativitätstheorie auf beliebige (!! ) Bezugssysteme. Eine Beschränkung auf Inertialsysteme wie in der SRT ist nicht weiter erforderlich.
- Die Eigenschaften der Bewegung eines Massenpunktes in einem Nichtinertialsystem sind die gleichen wie in einem Inertialsysteme bei Vorhandensein eines Gravitationsfeldes, d.h.

ein Nichtinertialsystem ist einem  
Gravitationsfeld äquivalent

# Nomenklatur:

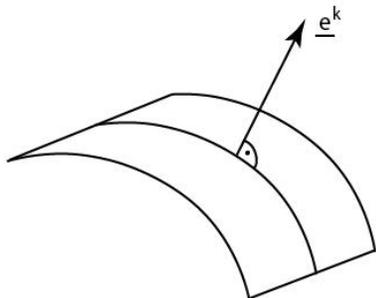
Ko- und kontravariante Vektor-/Tensorcomponenten:

- Unterscheidung typisch für Vektoren in (beliebigen) schiefwinkligen Koordinatensystemen
- entsprechend den verschiedenen Konstruktionsmöglichkeiten für Basisvektoren in beliebigen Koordinatensystemem



- Kovariante Vektorkomponenten:  $\underline{A}_k$   
beziehen sich auf die reziproke Vektorbasis

- Kontravariante Vektorkomponenten:  $\underline{A}^k$   
beziehen sich auf die Tangentialbasis



$$\underline{A} = A_k \underline{e}^k$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x^i} = \frac{\partial x'^k}{\partial x^i} \frac{\partial \varphi}{\partial x'^k}$$

$$\underline{A} = A^k \underline{e}_k$$

$$dx^i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} dx'^k$$



# Nomenklatur:

- Vierer-Ortsvektor:  $(x^0, x^1, x^2, x^3)^T = (ct, x, y, z)^T$      $x^i$  :  $i=0,1,2,3$

$$(x_0, x_1, x_2, x_3)^T = (ct, -x, -y, -z)^T$$

- Transformation zwischen ko- und kontravarianten Komponenten:

$$x^n = g^{nk} x_k \quad x_k = g_{kn} x^n$$



Metrik-Tensor (Signatur: + - - -)

- Über gleiche Indizes wird summiert:  $A^k A_k = A^0 A_0 + A^1 A_1 + A^2 A_2 + A^3 A_3$

- Partielle Ableitung nach der Koordinate  $x^n$ :  $\frac{\partial}{\partial x^n} A^k \equiv \partial_n A^k \equiv A^k_{,n}$

Der Raum ist nicht Schauplatz des physikalischen Geschehens, sondern ein Aspekt der Wechselwirkung und der Bewegung der Materie:

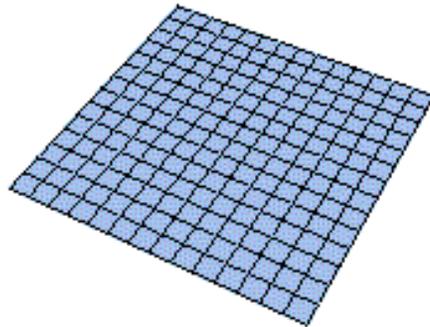
• Die Materie bestimmt die Krümmung des Raumes

• Der Raum bestimmt die Bewegung der Materie

• Alle Materie in Bewegung, Geometrie der Raumzeit ändert sich ständig

• Gravitationsfeld: Veränderung der Metrik von Raum und Zeit

Raum ohne  
Masse



keine Krümmung  
(Pseudo-Euklidischer Raum)

$$ds^2 = \eta_{ik} dx^i dx^k$$

„Flachraum“-  
Metrik

$$\eta_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Der Raum ist nicht Schauplatz des physikalischen Geschehens, sondern ein Aspekt der Wechselwirkung und der Bewegung der Materie:

• Die Materie bestimmt die Krümmung des Raumes

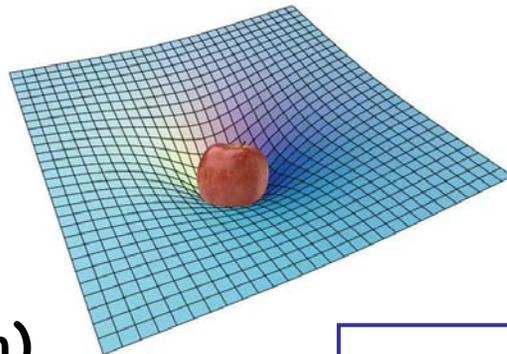
• Der Raum bestimmt die Bewegung der Materie

• Alle Materie in Bewegung, Geometrie der Raumzeit ändert sich ständig

• Gravitationsfeld: Veränderung der Metrik von Raum und Zeit

Masse

= Raumkrümmung  
(Riemannscher Raum)



$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$$

allgemeiner Metrik-Tensor:

$$g_{ik}(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

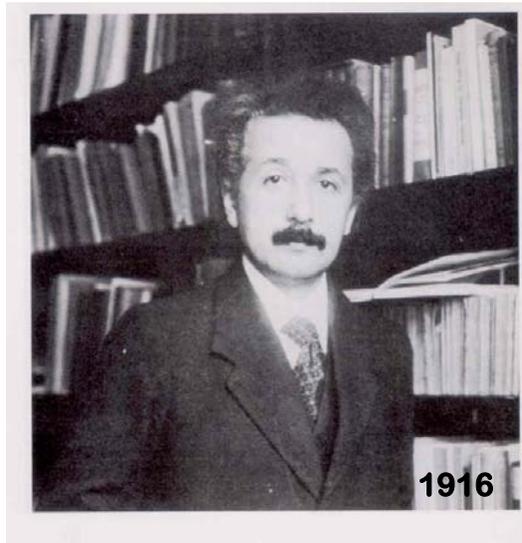
ist die das Gravitationsfeld beschreibende Größe

- 
- Das Gravitationsfeld stellt nach der ART also nichts anderes dar als eine Änderung der Metrik von Raum und Zeit.
  - Es kann sich nur durch eine Veränderung des Zusammenhangs von  $ds$  mit  $dx^i$  bemerkbar machen (-> vermittelt durch den Metrik-Tensor)
  - Im Gravitationsfeld bewegt sich ein Teilchen so, dass seine Weltpunkte auf einer Extremalen (geodätischen Linie im 4-dim. Raum der  $x^0, x^1, x^2, x^3$ ) liegen
  - Da jedoch bei Vorhandensein eines Gravitationsfeldes die vierdimensionale Raum-Zeit nicht galileisch ist, so sind diese Linien keine „Geraden“ und die tatsächliche räumliche Bewegung eines Teilchens erfolgt weder gleichförmig noch geradlinig.

# Einsteins Gravitationstheorie (1915)

---

Albert Einstein  
(1879 – 1955)

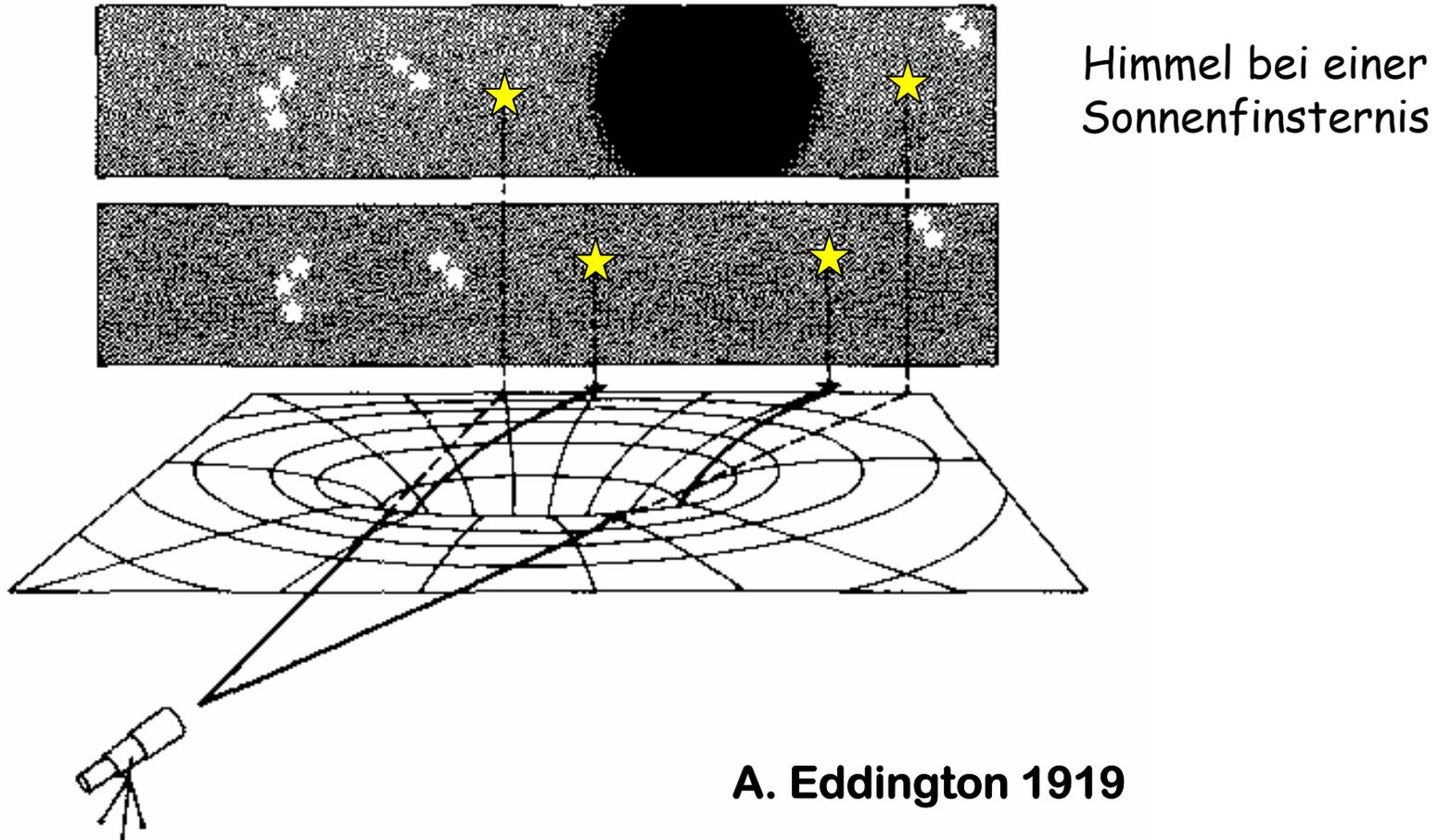


„Die Gravitation ist keine Kraft, sondern eine **Eigenschaft des Raums.**“

Die Gravitationswirkungen werden durch die **Umgebung** hervorgerufen - d.h. durch die **Struktur des Raums**

# Experimentelle Bestätigung der ART

## Lichtablenkung an der Sonne

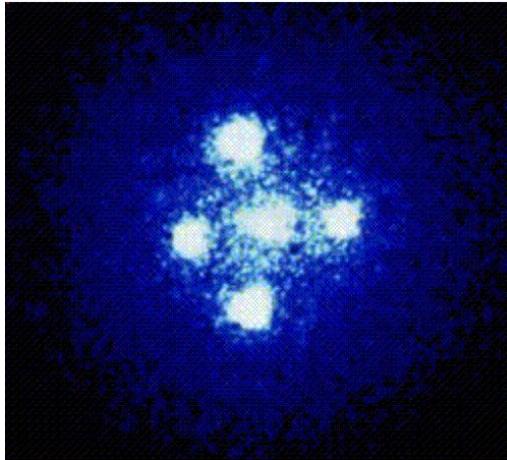


Die Bestätigung für Einsteins geometrische Auffassung der Gravitation.

# Experimentelle Bestätigung der ART

---

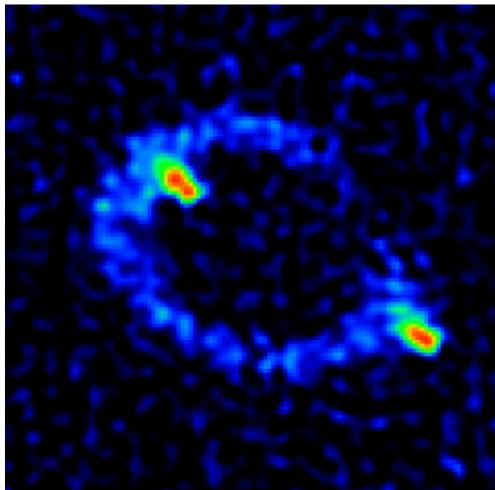
## Gravitationslinsen



HST

## Einstein-Kreuz

Die Galaxie in der Mitte erzeugt vier Bilder des Quasars dahinter



## Einstein-Bögen, -Ringe

Bild einer Radiogalaxie mit aktivem Kern  
(Linse nicht sichtbar)

---

Das Gravitationsfeld stellt nach der Allgemeinen Relativitätstheorie also nichts anderes dar als eine Änderung der Metrik von Raum und Zeit.

- 
- Das Gravitationsfeld wird durch die Komponenten des Metrik-Tensors  $g_{ik}$  beschrieben

- Einsteinschen Feldgleichungen:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik} + \Lambda g_{ik}$$

→ Ricci-Tensor:  $R_{ik} = \Gamma_{ik,l}^l - \Gamma_{il,k}^l + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{lm}^m - \Gamma_{il}^m \Gamma_{km}^l$

→ Krümmungsskalar:  $R = g^{ik} R_{ik}$

→ Energie-Impuls-Tensor

Christoffel-Symbol:  $\Gamma_{nk}^l = \frac{1}{2} g^{lj} (g_{jn,k} - g_{nk,j} + g_{jk,n})$

Nichtlineares gekoppeltes Differentialgleichungssystem zur Bestimmung der 6 unabhängigen Komponenten des Metrik-Tensors, der 3 unabhängigen Komponenten der 4er Geschwindigkeit sowie der Materiedichte (bzw. des Drucks).

Größe relativistischer Effekte:  $\rightarrow 8\pi G/c^4 = 2 \times 10^{-43} \text{ [1/N]}$

- Beitrag der Sonne zur Raumkrümmung:  $10^{-6}$
- Beitrag der Erde zur Raumkrümmung:  $10^{-9}$

Annahme:

Metrik des Raumes weicht nur wenig von der des euklidisch-flachen Raumes ab:

$$g_{ik} = \eta_{ik} + h_{ik} \quad h_{ik} \ll 1$$

$$g^{ik} = \eta^{ik} - h^{ik} \quad h^k_i = \eta^{kl} h_{il}$$

- Entkopplung der Feldgleichungen durch Linearisierung:
  - Vernachlässigung aller Terme höherer als von erster Ordnung in  $h_{ik}$  sowie in deren Ableitungen
  - Nebeneffekt: in der linearisierten Theorie hat das Gravitationsfeld keine Rückwirkung auf die Bewegung der felderzeugenden Materie mehr (d.h. keine Retardierung!)

- Linearisierte Feldgleichungen:

$$-\bar{h}_{mn}{}^{,l}{}_{,l} - \eta_{mn} \bar{h}{}^{lk}{}_{,lk} + \bar{h}{}^l{}_{n,ml} + \bar{h}{}^l{}_{m,nl} = \frac{16\pi G}{c^4} T_{mn}$$

$$\bar{h}_{mn} \equiv h_{mn} - \frac{1}{2} \eta_{mn} h$$

- Weitere Vereinfachung durch geeignete Wahl des Koordinatensystems (Eichinvarianz), reduziert die Feldgleichungen bis auf den ersten Term

$$\rightarrow -\bar{h}_{mn}{}^{,l}{}_{,l} = -\partial^l \partial_l \bar{h}_{mn} = -\eta^{lk} \partial_k \partial_l \bar{h}_{mn} = -\eta^{lk} \frac{\partial^2}{\partial x^k \partial x^l} \bar{h}_{mn} = \left( -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Delta \right) \bar{h}_{mn}$$

- Wellengleichung:

$$\left( -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Delta \right) \bar{h}_{mn} = \frac{16\pi G}{c^4} T_{mn}$$

# Gravitationswellen und deren Nachweis

## 1.) Die Wellengleichung

- Die linearisierten Feldgleichungen, Lorentz-Eichung

## 2.) Eigenschaften von Gravitationswellen

- Untersuchung der homogenen Wellengleichung
- Polarisationsmoden, Wirkung auf frei fallende Testmassen

## 3.) Quellen von Gravitationswellen

- Untersuchung der inhomogenen Wellengleichung, Quadrupolformel

## 4.) Indirekter Nachweis von Gravitationswellen

- Der Binärpulsar PSR 1913+16, Nobelpreis 1993

## 5.) Die aktuellen Experimente

- Laser-Interferometer Experimente und Resonanzantennen

- Allgemeine Lösung der homogenen Wellengleichung lässt sich durch eine Superposition von ebenen monochromatischen Wellen darstellen:

$$\bar{h}_{mn} = A_{mn} \exp(ik_i x^i)$$

$x^i = (ct, \underline{r})$

$k_i = \left(\frac{\omega}{c}, \underline{k}\right) = \left(\frac{\omega}{c}, -\frac{\omega}{c} \underline{n}\right)$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{11} & h_{12} & 0 \\ 0 & h_{12} & -h_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**Polarisationstensor** (z.B. Welle in z-Richtung)  
 nur 2 unabhängige Polarisationszustände unter Berücksichtigung aller Eichtransformationen  
 (transversale spurlose Eichung)

$k_i k^i = 0$      $\rightarrow$  • Wellenvektor ist Nullvektor

$A_{lm} k^m = 0$      $\rightarrow$  • A orthogonal zu K **Gravitationswellen transversal**

• Gravitationswellen breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus, sie sind transversal und besitzen zwei Freiheitsgrade der Polarisation

- Ebene Welle in Z-Richtung:

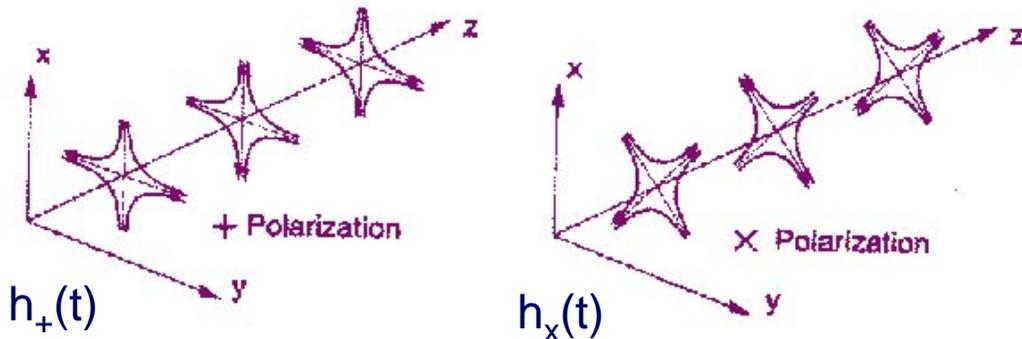
$$h_{mn} = (h_+ e_+ + h_x e_x) e^{i\omega(t-z/c)}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Polarisations-  
Einheitstensor

- Die beiden von einander unabhängige Polarisationszustände gehen durch Rotation um 45 Grad ineinander über:



- Die Metrik "schwingt" periodisch in der xy-Ebene
- Relativbeschleunigung benachbarter Punkte durch Gezeitenkräfte

- Effekt der GW:

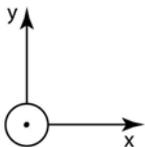
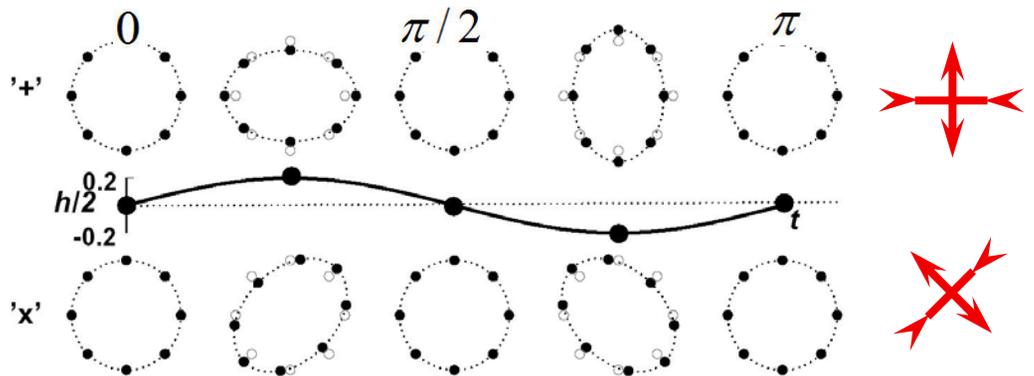
- Abstand zwischen zwei benachbarten Testmassen die in den Punkten  $P_1 = (0,0,0)$  und  $P_2 = (\varepsilon,0,0)$  mit  $|\varepsilon| \ll 1$  ruhen.

➔ 
$$\int_{P_1}^{P_2} ds = \int_{P_1}^{P_2} |g_{ik} dx^i dx^k|^{\frac{1}{2}} = \int_0^\varepsilon |g_{xx}|^{\frac{1}{2}} dx \approx |g_{xx}(P_1)|^{\frac{1}{2}} \varepsilon \approx \left[ 1 + \frac{1}{2} \bar{h}_{xx}(P_1) \right] \varepsilon$$

- Gravitationswellen ändern die Distanz zwischen den Testmassen!

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{2} h$$

- Wirkung auf einen Ring von freien Testmassen:



Aufgetragen ist die Distanz (!) zwischen den Testmassen

# Gravitationswellen und deren Nachweis

## 1.) Die Wellengleichung

- Die linearisierten Feldgleichungen, Lorentz-Eichung

## 2.) Eigenschaften von Gravitationswellen

- Untersuchung der homogenen Wellengleichung
- Wirkung auf frei fallende Testmassen, Polarisationsmoden

## 3.) Quellen von Gravitationswellen

- Untersuchung der inhomogenen Wellengleichung, Quadrupolformel

## 4.) Indirekter Nachweis von Gravitationswellen

- Der Binärpulsar PSR 1913+16, Nobelpreis 1993

## 5.) Die aktuellen Experimente

- Laser-Interferometer Experimente und Resonanzantennen

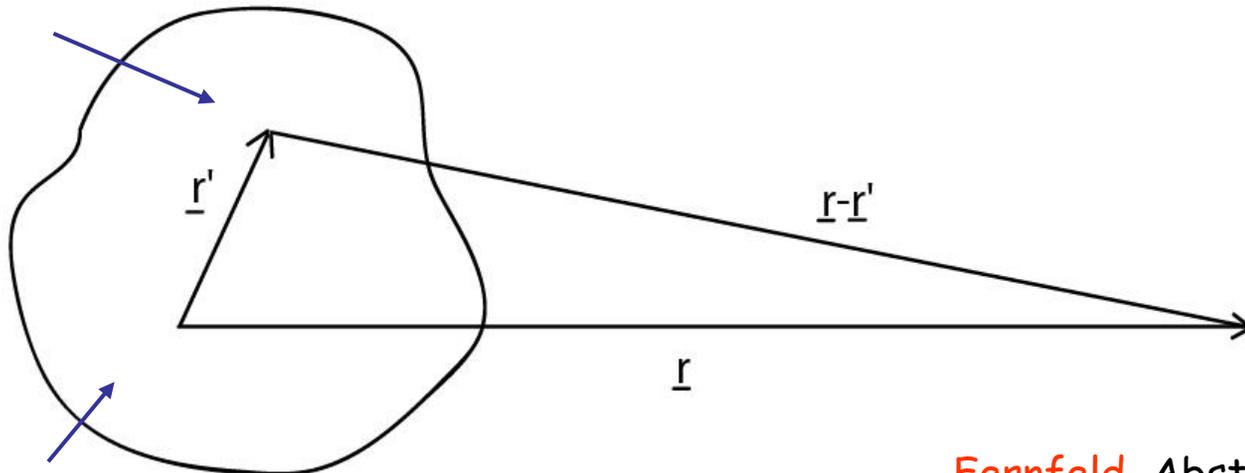
- Inhomogene Wellengleichung: 
$$\left( -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Delta \right) \bar{h}_{ik} = \frac{16\pi G}{c^4} T_{ik}$$

- Die quellenmäßigen Lösungen der inhomogenen Wellengleichung sind die Greenschen „retardierten“ Potentiale:

$$\bar{h}_{ik}(\underline{r}, t) = -\frac{4G}{c^4} \int \frac{1}{r} T_{ik}(\underline{r}', t') d^3x' \quad r \simeq |\underline{r} - \underline{r}'|$$

$$t' = t - \frac{r}{c}$$

Aufpunkt ( $r', t'$ )



Inselförmige  
Massenverteilung

Beobachter ( $r, t$ )

**Fernfeld**, Abstand groß zur Wellenlänge  
und Ausdehnung der Quelle

- Integration unter Benutzung von  $T_{ik}^{,k} = 0$  (folgt aus  $\bar{h}^{ik}_{,k} = 0$ ) und Separation räumlicher und zeitlicher Komponenten gemäß:

$$\frac{\partial T_{\alpha 0}}{\partial x^0} - \frac{\partial T_{\alpha\gamma}}{\partial x^\gamma} = 0 \quad \frac{\partial T_{00}}{\partial x^0} - \frac{\partial T_{0\gamma}}{\partial x^\gamma} = 0 \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3$$

zeigt dass alle Integrale über  $T_{\alpha\beta}$  sich durch Integrale ausdrücken lassen, die nur die Komponente  $T_{00}$  enthalten.

$$\rightarrow T_{00} = \rho(t', \underline{r}') c^2$$


 Massendichte

$$\rightarrow \bar{h}_{\alpha\beta}(t, \underline{r}) = -\frac{2G}{c^4 r} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \underbrace{\int \rho(\underline{r}') x'^\alpha x'^\beta d^3 x'}_{\text{Lässt sich durch Quadrupoltensor ausdrücken}}$$

Lässt sich durch Quadrupoltensor ausdrücken

- Quadrupoltensor:  $D_{\alpha\beta}(t, \underline{r}) \equiv \int \rho(\underline{r}') [3x'^{\alpha} x'^{\beta} - \delta_{\alpha\beta} r'^2] d^3x'$

- Gravitationswellen: ~ Quadrupolstrahlung

$$\left. \begin{aligned} h_+(t) &\equiv \bar{h}_{11}(t, \underline{r}) - \bar{h}_{22}(t, \underline{r}) = -\frac{2G}{3c^4 r} [\ddot{D}_{11} - \ddot{D}_{22}] \\ h_x(t) &\equiv \bar{h}_{12}(t, \underline{r}) = -\frac{2G}{3c^4 r} \ddot{D}_{12} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Amplituden} \\ \text{proportional } 1/r \end{array}$$

- Energieverlust des strahlenden Systems:

Quadrupolformel  
(A.Einstein 1916)



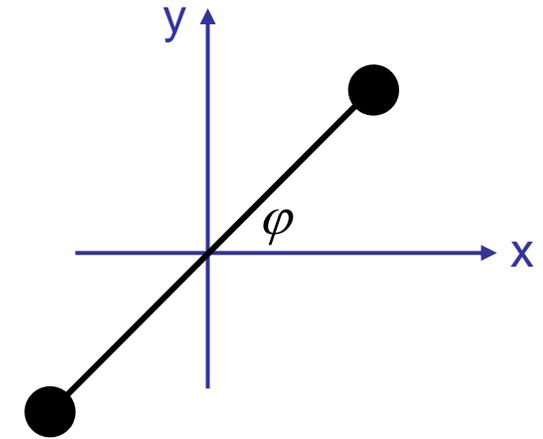
$$-\frac{dE}{dt} = L_{GW} = \frac{G}{45c^5} \left\langle \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 \ddot{D}_{\alpha\beta} \ddot{D}_{\alpha\beta} \right\rangle$$

- Gravitationswellengenerator: Energieabstrahlung

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{32}{5} \frac{G}{c^5} \Theta^2 \Omega^6 \quad \leftarrow \text{6. Potenz}$$

$\Omega = \dot{\phi} = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$

$$\frac{G}{c^5} = 2.75 \times 10^{-53} \text{ (Watt)}^{-1}$$



$$r = \frac{m_1 + m_2}{2}$$

- Wie groß ist die Strahlungsleistung?

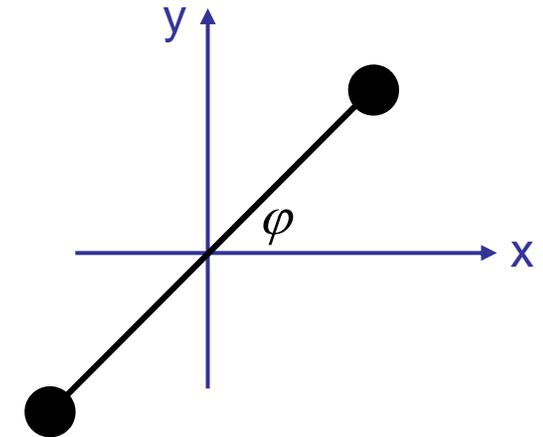
$\nu = 30 \text{ Hz} \rightarrow \Omega = 188.5 \text{ rad/s}$	}	$-\frac{dE}{dt} = 3.2 \cdot 10^{-44} \text{ Js}^{-1}$	$E_{\text{Graviton}} = \hbar \Omega_{\text{Gw}} = \hbar(2\Omega)$
$m_1 = m_2 = m = 100 \text{ g} \rightarrow \mu = 0.05 \text{ kg}$		$E_{\text{Graviton}} = 3.97 \cdot 10^{-22} \text{ J}$	
$r = 0.2 \text{ m}$		$\frac{dN}{dt} = \frac{-dE/dt}{E_{\text{Graviton}}} = 8 \cdot 10^{-13} \text{ s}^{-1}$	
$c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}}$			

~ 1 Graviton  
in 40000 Jahren

- Binärsystem: 2 NS auf Kreisbahn um gem. Schwerpunkt, Umlaufzeit 1h

3tes Keplersches Gesetz:  $\Omega^2 = \frac{4\pi^2}{P_b} = \frac{GM}{a^3}$

$$M \equiv m_{NS} + m_{NS}$$



- Strahlungsleistung des Binärsystems:

$$m_{NS} = 1.4 M_{\odot} \quad M_{\odot} \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

$$a \approx 5 \cdot 10^8 \text{ m} \quad \Omega = 1.74 \cdot 10^{-2} \text{ rad/s} \quad c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dE}{dt} = \frac{32}{5} \frac{G}{c^5} \mu^2 a^4 \Omega^6 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} -\frac{dE}{dt} &= 6.0 \cdot 10^{26} \text{ Js}^{-1} & E_{\text{Graviton}} &= 3.48 \cdot 10^{-37} \text{ J} \\ \frac{dN}{dt} = \frac{-dE/dt}{E_{\text{Graviton}}} &= 1.73 \cdot 10^{63} \text{ s}^{-1} & f_{\text{GW}} &= 1.44 \cdot 10^{25} \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-2} \\ & & d &= 320 \text{ Lj} \end{aligned}$$

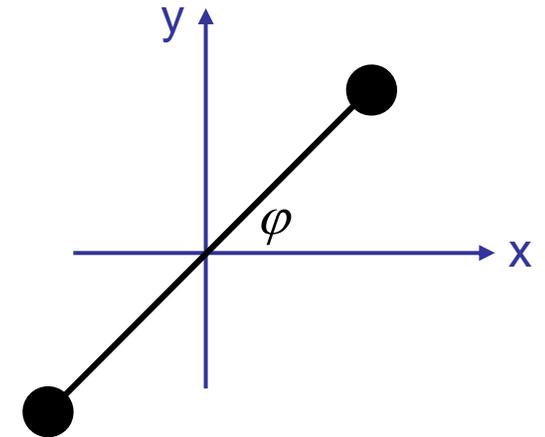
Strahlungsleistung vergleichbar mit der der Sonne, wenn auch bei anderen Wellenlängen

- Binärsystem: 2 NS auf Kreisbahn um gem. Schwerpunkt, Umlaufzeit 1h

- Amplituden der GW-Welle:

$$h_+ = \frac{1}{r} \frac{8G}{c^4} \mu a^2 \Omega^2 \cos(2\Omega t)$$

$$h_x = \frac{1}{r} \frac{8G}{c^4} \mu a^2 \Omega^2 \sin(2\Omega t)$$

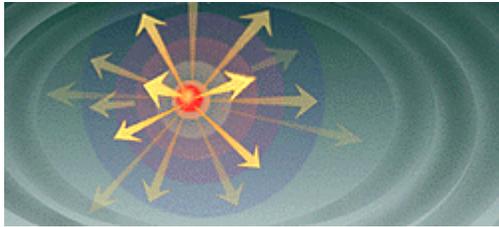


$\uparrow$  Abstand Beobachter-Quelle  
 $\uparrow$  Frequenz der GW = doppelte Umlauffrequenz

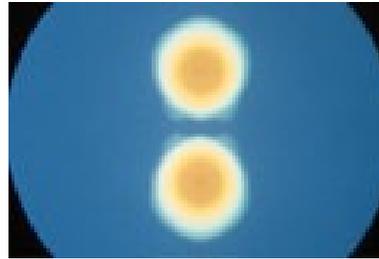
$$|h_x| = 2.26 \cdot 10^{-18} \quad \text{für einen Abstand Beobachter-Quelle von 320 Lj}$$

- Kosmische Quellen von Gravitationswellen:

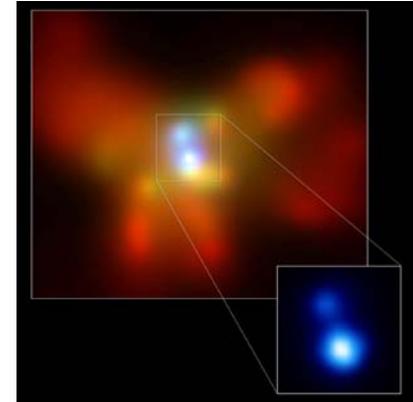
die energiereichsten und heftigsten Vorgänge im Universum



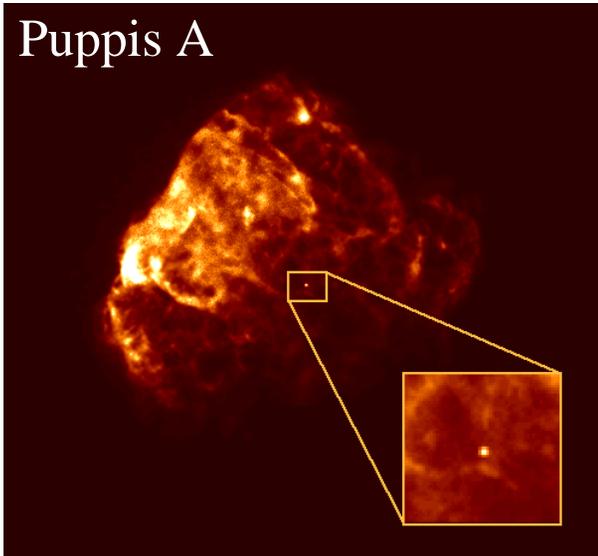
Urknall /Inflation



Doppelsternsysteme



Kollidierende superschwere  
Schwarze Löcher



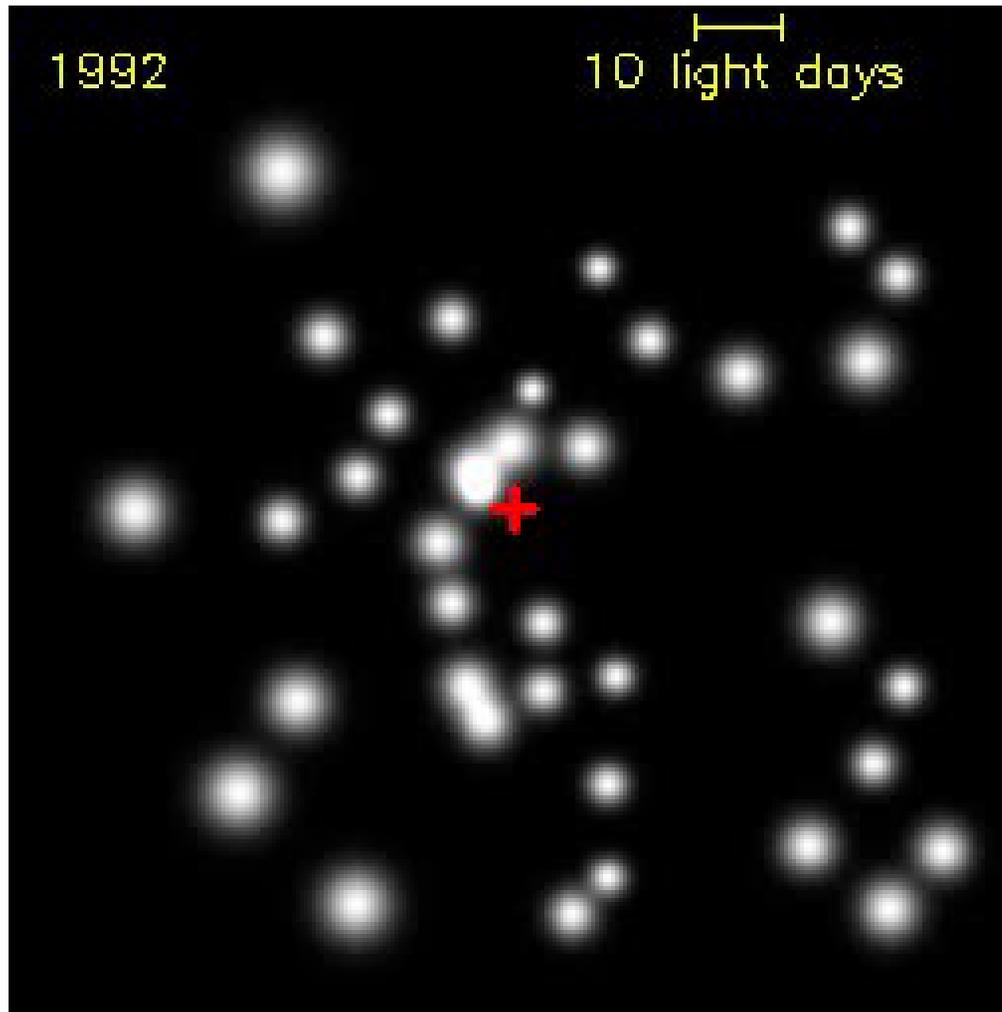
Supernovae  
asymmetrischer Core-collapse



„bergige“  
Neutronensterne



Akkretierende  
Neutronensterne



Schwarzes Loch im Zentrum unserer Galaxie

- **Gravitationswellen von Supernovae:**
- verläuft der Core-collaps asymmetrisch, können bis zu  $\sim 1\%$  der Gravitationsbindungsenergie in Form von GW abgestrahlt werden

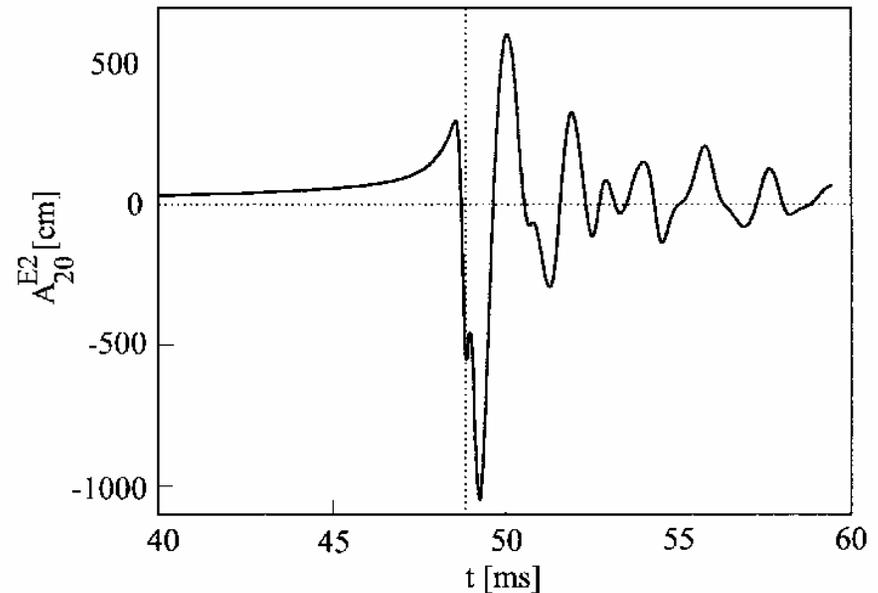
Signalform: Impuls,  $f \sim 1$  kHz

z.B. berechnetes Signal für den Kollaps eines durch Rotation abgeplatteten Sterns:

GW-Stärke und Häufigkeit:

$h \sim 10^{-18}$  in der Milchstraße

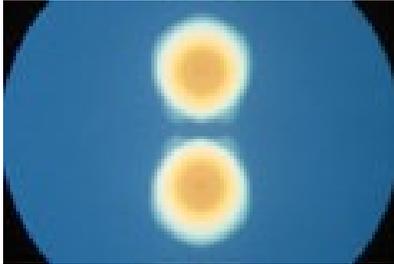
$h \sim 10^{-21}$  im Virgo-Cluster  
Rate: einige pro Jahr



T. Zwerger, E. Müller 1997

Kenntnis der Signalform wichtig  
(Templates für die Detektion)

# • Gravitationswellen von kompakten Binärsystemem



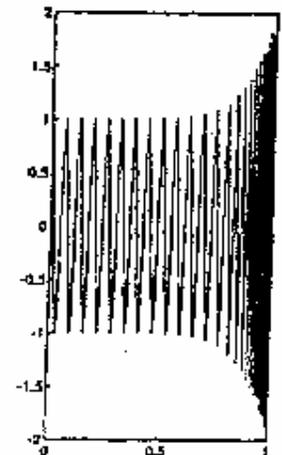
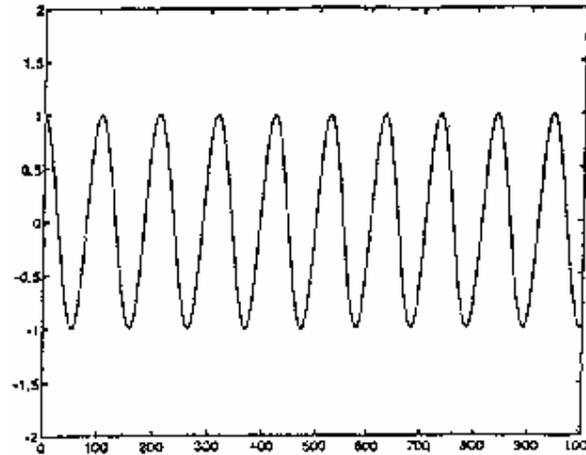
- Zwei Neutronensterne oder Schwarze Löcher, die einander umkreisen und schließlich verschmelzen
- Amplitude und Wellenform sind sehr gut bekannt

Signalform: quasi-periodisch,  
 $f \sim 100$  Hz, Endphase „zirpsen“

## GW-Stärke:

$h \sim 10^{-18}$  in der Milchstraße  
 $h \sim 10^{-21}$  im Virgo-Cluster

Rate der Verschmelzungen:  
einige pro Jahr



Zeit  $t$  [s]

# Gravitationswellen und deren Nachweis

## 1.) Die Wellengleichung

- Die linearisierten Feldgleichungen, Lorentz-Eichung

## 2.) Eigenschaften von Gravitationswellen

- Untersuchung der homogenen Wellengleichung
- Wirkung auf frei fallende Testmassen, Polarisationsmoden

## 3.) Quellen von Gravitationswellen

- Untersuchung der inhomogenen Wellengleichung, Quadrupolformel

## 4.) Indirekter Nachweis von Gravitationswellen

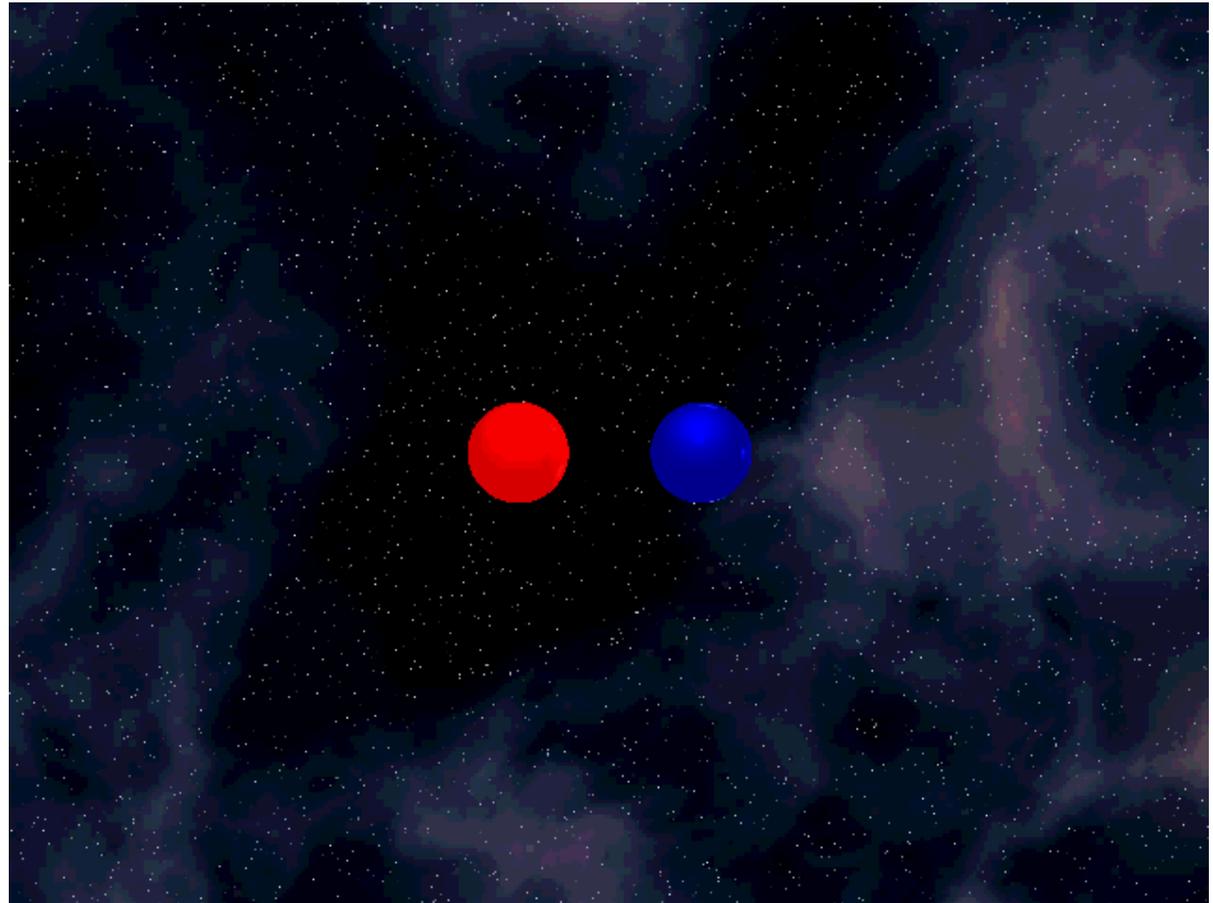
- Der Binärpulsar PSR 1913+16, Nobelpreis 1993

## 5.) Die aktuellen Experimente

- Laser-Interferometer Experimente und Resonanzantennen

# Das Binärpulsar-System PSR 1913+16

- 2 NS (1.4  $M_{\odot}$ )
- Abstand 6.5 Ls
- $P_b = 7\text{h } 45\text{min}$
- $e = 0.62$
- $P_{\text{PSR}} = 59\text{ ms}$
- Entf.  $\sim 19000\text{ Lj}$



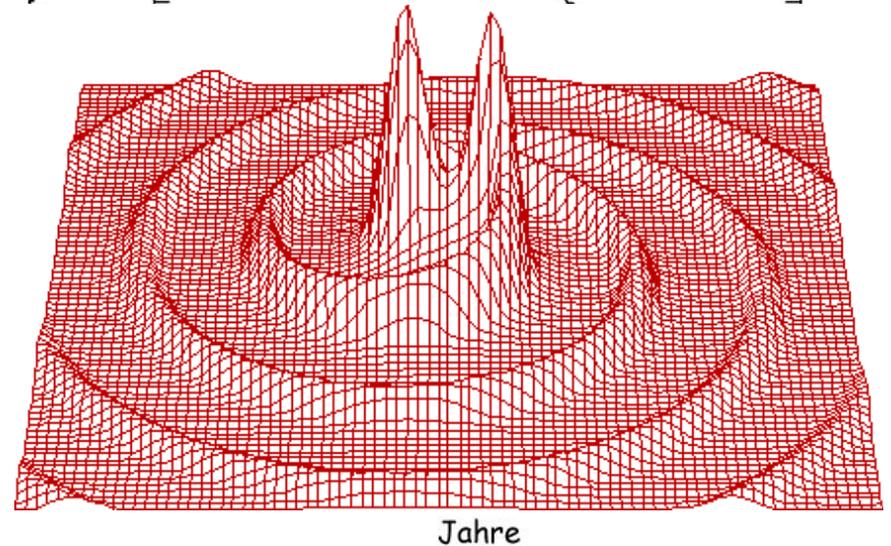
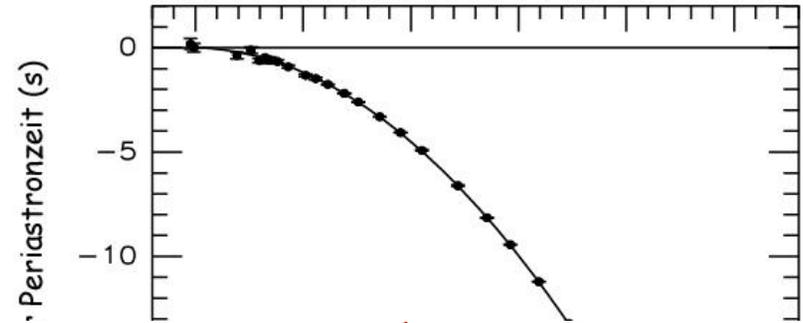
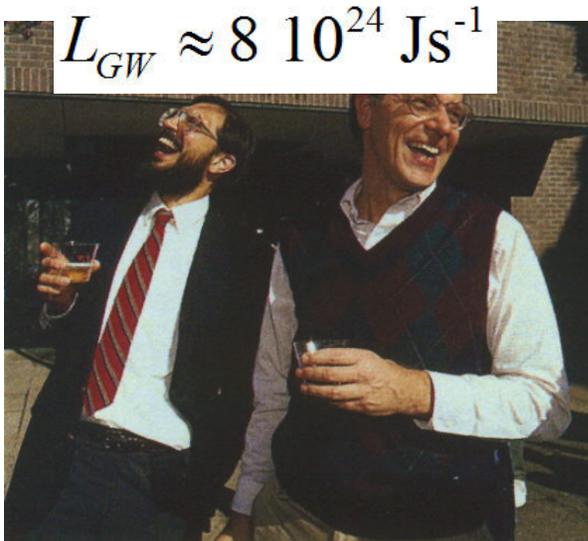
- Pulsar-Timing:  $\rightarrow$  Zeiten des Periastrondurchgangs ändern sich
- Verkleinerung des Abstandes beider NS von 3mm pro Orbit

→ Verkürzung der Bahnperiode

$$\dot{P}_{b_{GW}} = (-2.40247 \pm 0.00002) \times 10^{-12} \text{ s/s}$$

$$\dot{P}_{b_{obs}} = (-2.4086 \pm 0.0052) \times 10^{-12} \text{ s/s}$$

$\Delta t_p$  stimmt mit dem Wert überein, den die Allgemeine Relativitätstheorie vorhersagt (auf < 1 %).

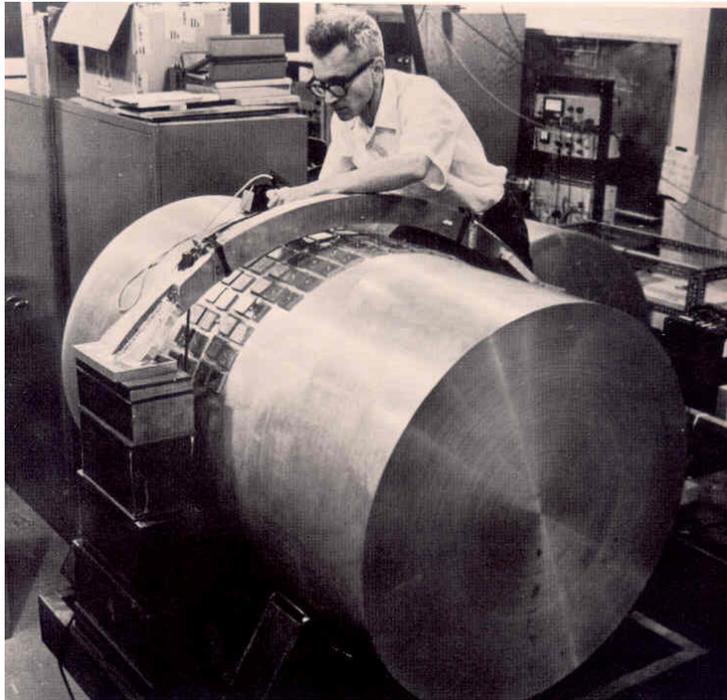


**Indirekter Nachweis von Gravitationswellen !**

**Nobelpreis für Physik 1993**

# Joseph Weber (1919 - 2000)

Der Pionier der GW-Forschung:



Resonanzantennen („Weber-Zylinder“)

Nachteil: nur geringe Nachweisempfindlichkeit, schmalbandig,  $f \sim 1$  kHz

# Gravitationswellen und deren Nachweis

## 1.) Die Wellengleichung

- Die linearisierten Feldgleichungen, Lorentz-Eichung

## 2.) Eigenschaften von Gravitationswellen

- Untersuchung der homogenen Wellengleichung
- Wirkung auf frei fallende Testmassen, Polarisationsmoden

## 3.) Quellen von Gravitationswellen

- Untersuchung der inhomogenen Wellengleichung, Quadrupolformel

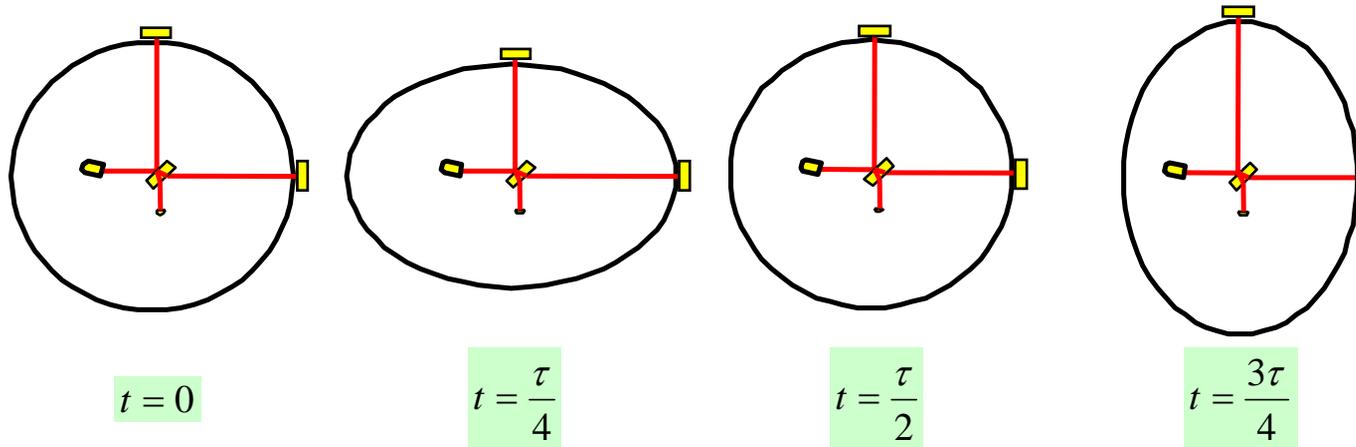
## 4.) Indirekter Nachweis von Gravitationswellen

- Der Binärpulsar PSR 1913+16, Nobelpreis 1993

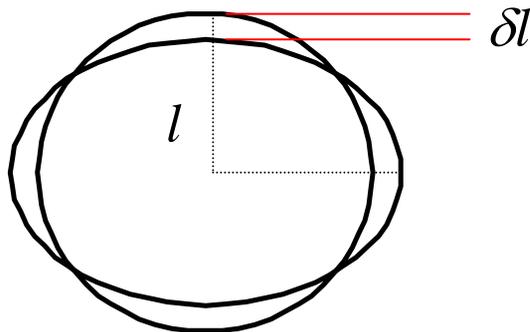
## 5.) Die aktuellen Experimente

- Laser-Interferometer Experimente (und Resonanzantennen)

- Nachweisprinzip der Laser-Interferometer Antennen:



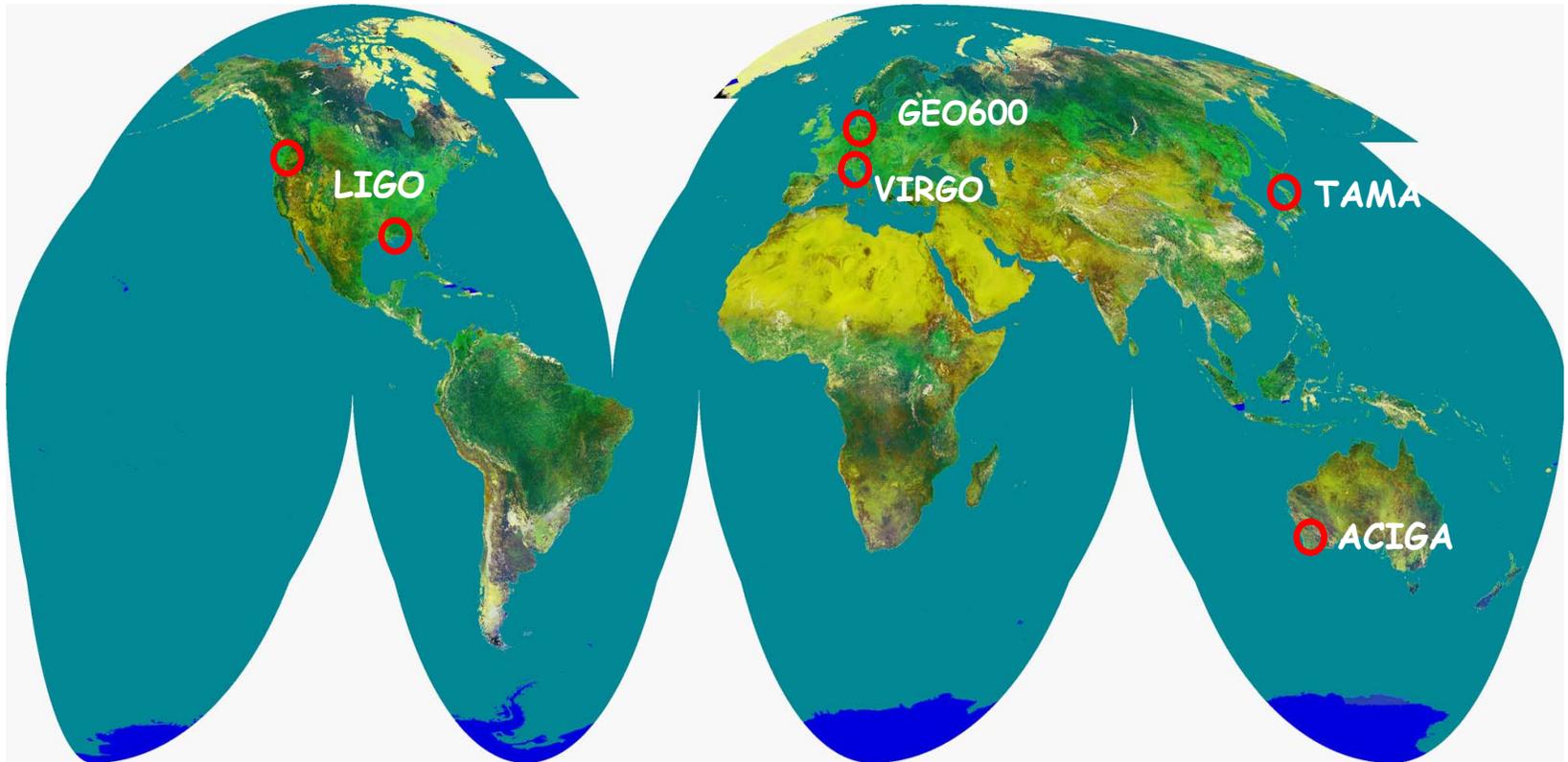
Strahlteiler und Spiegel dienen als Testmassen



• messbare Längenänderung  $\delta l = \frac{h}{2}$

Proportional zur Länge

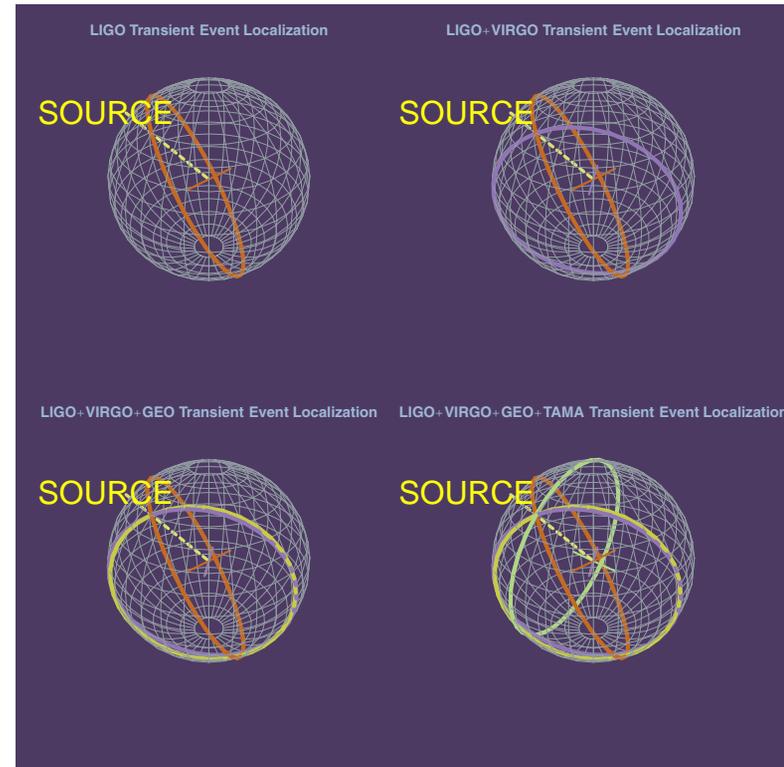
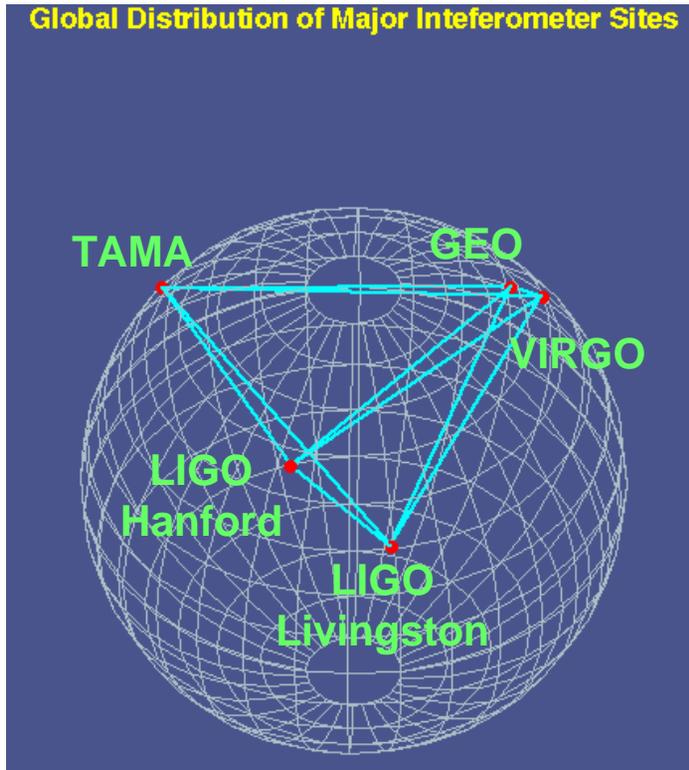
- Weltweites Netzwerk von Gravitationswellendetektoren



Laser-  
Interferometerantennen

LIGO (USA)	: 4 km Armlänge	(Messbeginn 2001/2002)
GEO 600 (D/GR)	: 600m Armlänge	(Messbeginn 2001/2002)
VIRGO (I/FR)	: 3 km Armlänge	(Messbeginn ~ 2003+)
TAMA (Japan)	: 300m Armlänge	(Messbeginn 2000)

- Interferometer-Netzwerk:



- Notwendig zur Verifizierung des Signals durch Koinzidenzmessungen!
- Erforderlich für Richtungsempfindlichkeit und „Ortsauflösung“ (Triangulation)

# GEO 600

## Beteiligte Institutionen:

MPI für Gravitationsphysik, Golm und Hannover

MPI für Quantenoptik, Garching

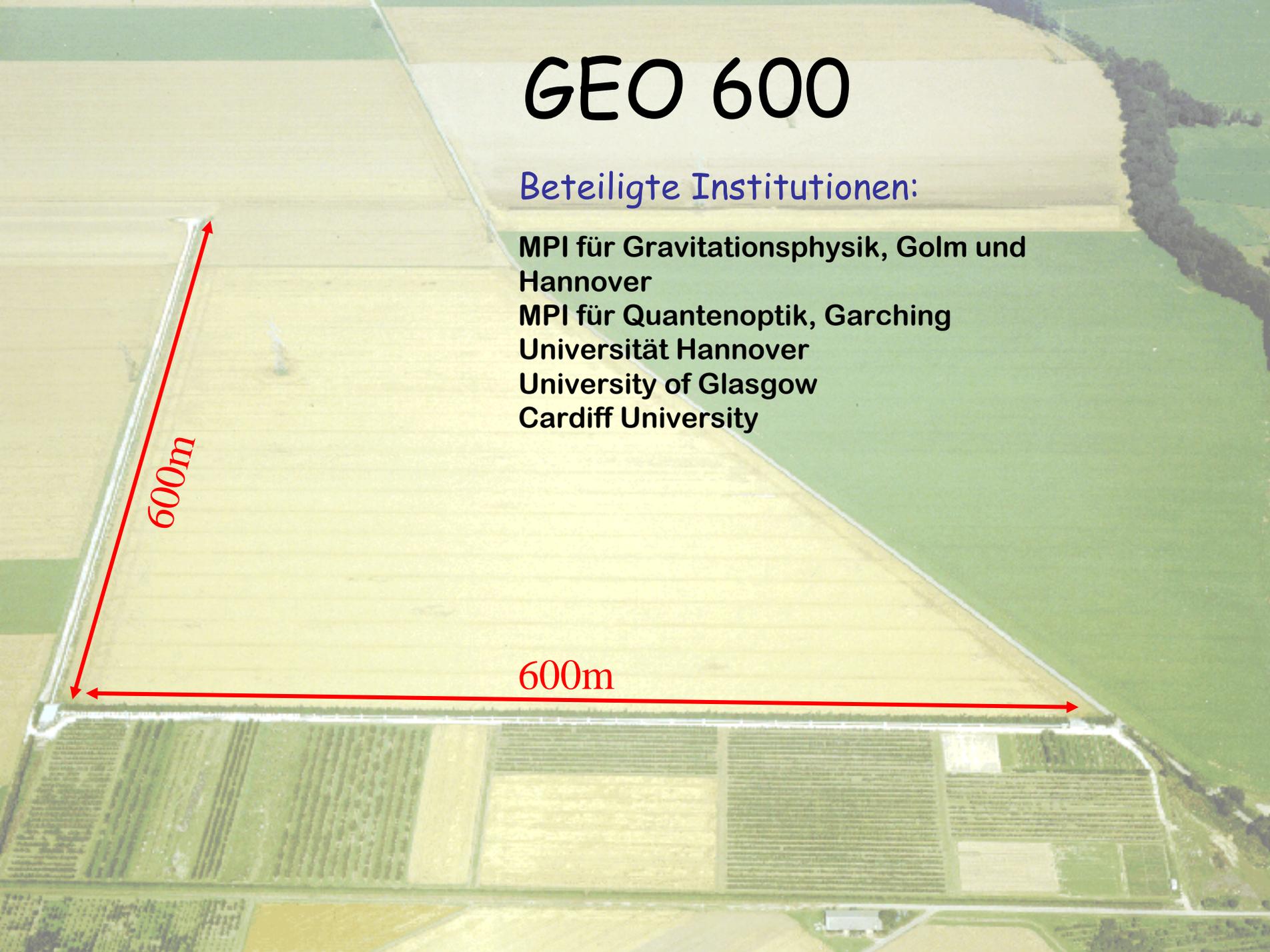
Universität Hannover

University of Glasgow

Cardiff University

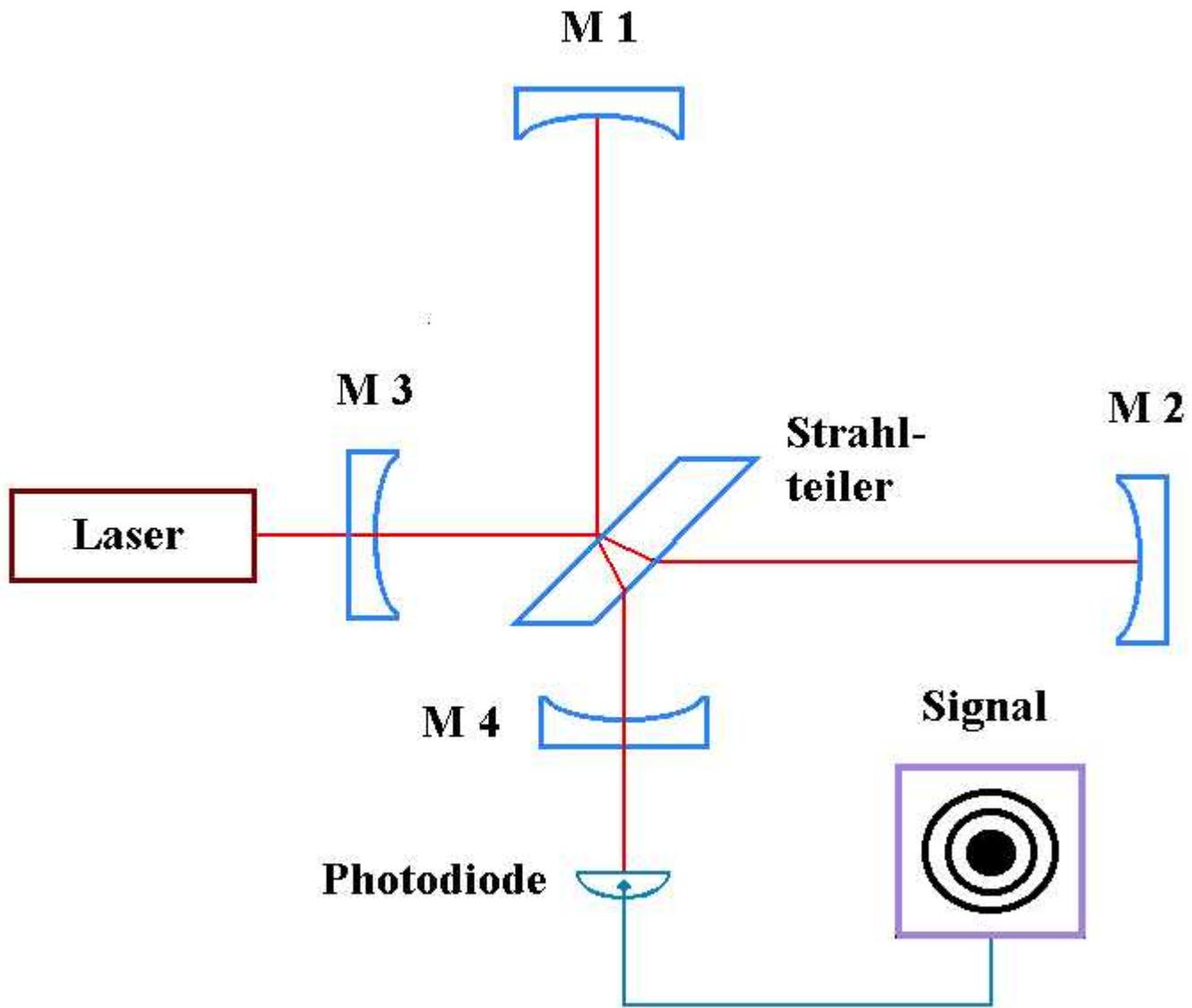
600m

600m





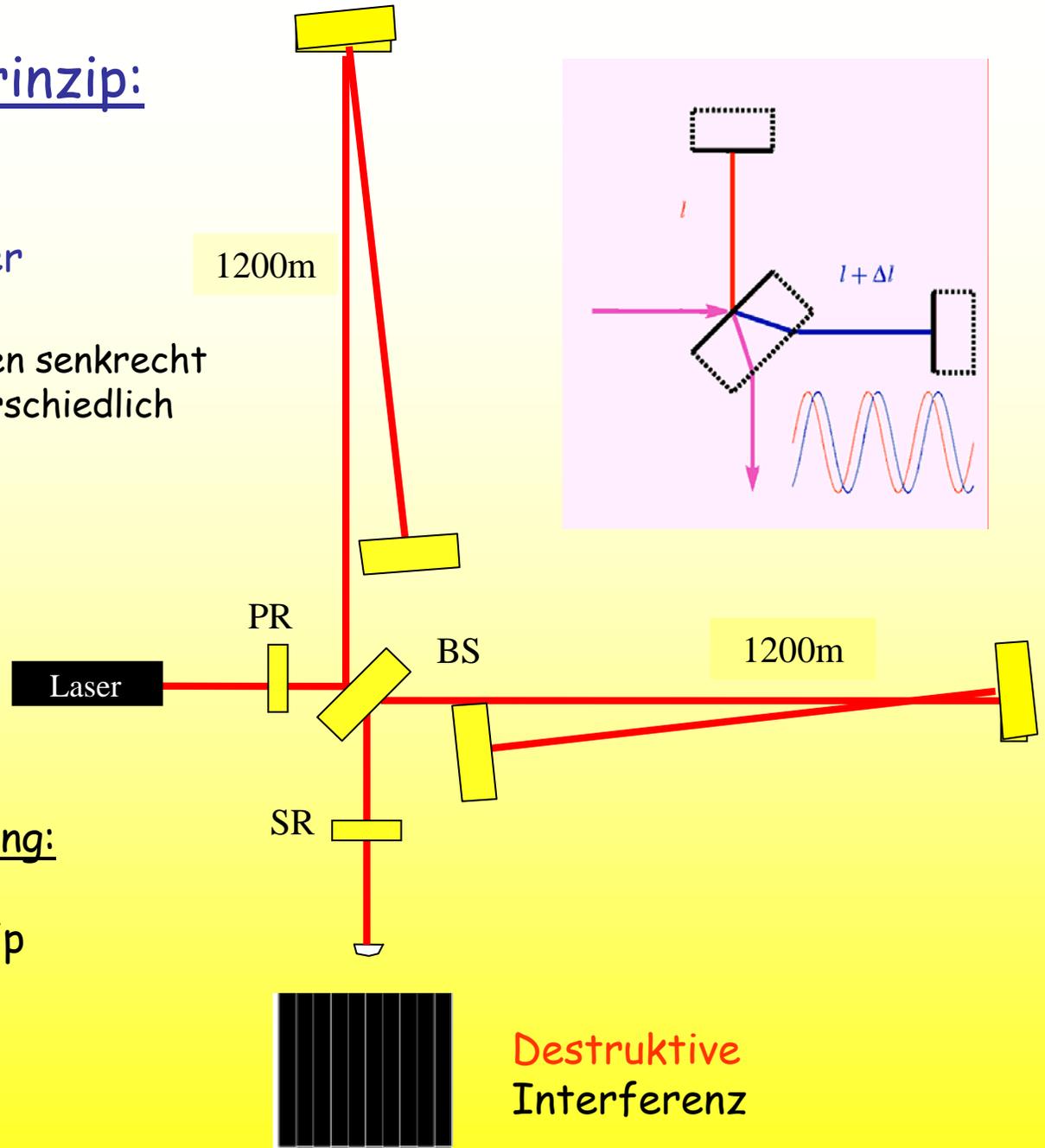




# • Optisches Grundprinzip:

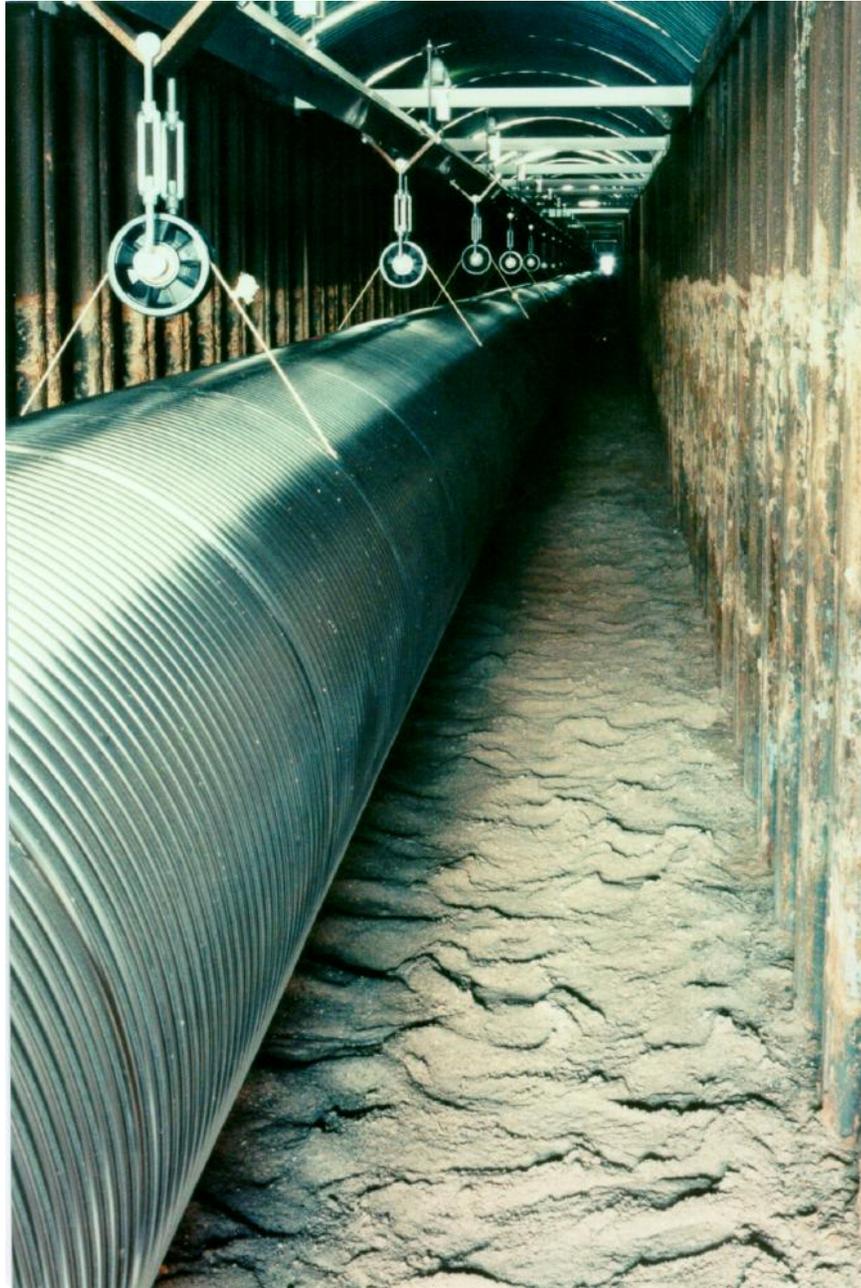
## Michelson-Interferometer

Direkter Vergleich der beiden senkrecht aufeinander stehenden unterschiedlich veränderten Strecken



## • Empfindlichkeitssteigerung:

- Delay-Line-4 Prinzip
- Power-Recycling
- Signal-Recycling



Vakuumrohr mit Aufhängung  
bei GEO600

- Das Lasersystem:

## Nd:YAG-Laser

Einfallendes Licht liefert die Energie. Der Kristall („aktives Medium“) verstärkt eine bestimmte Wellenlänge: **1064 nm**

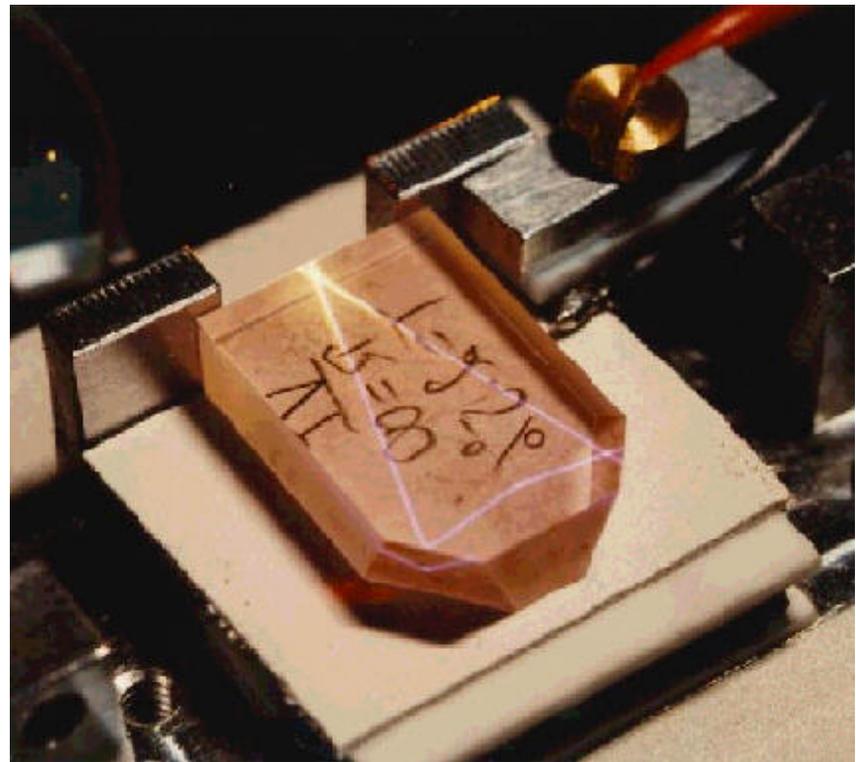
Master:

Leistung  $P \sim 1$  Watt

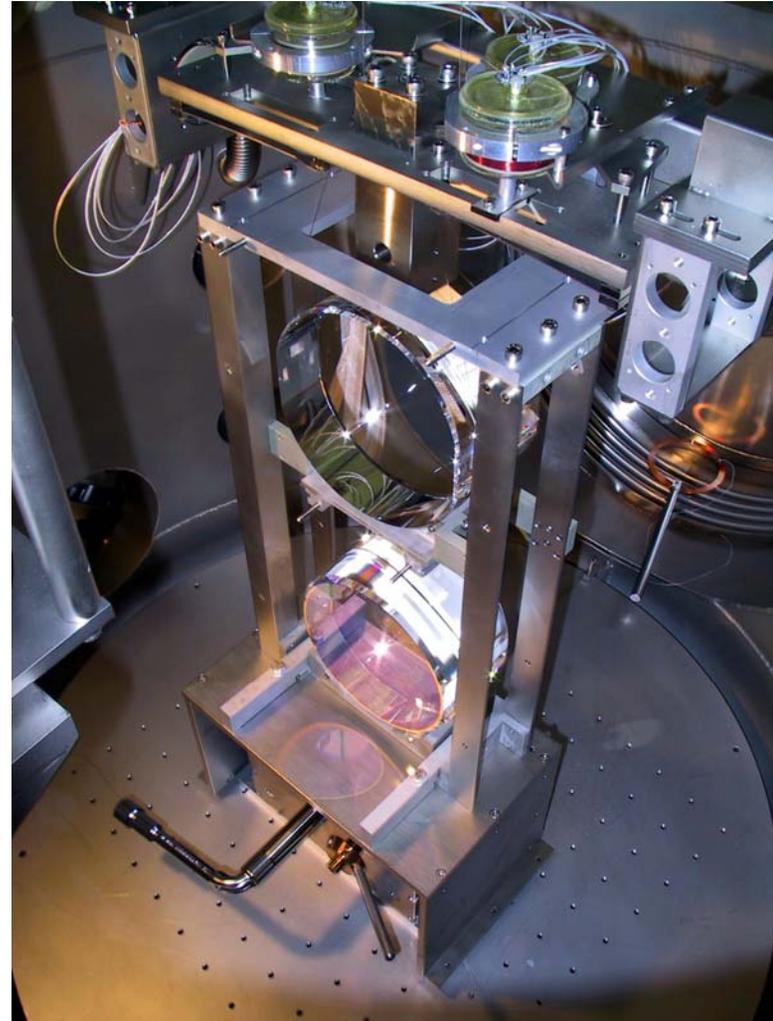
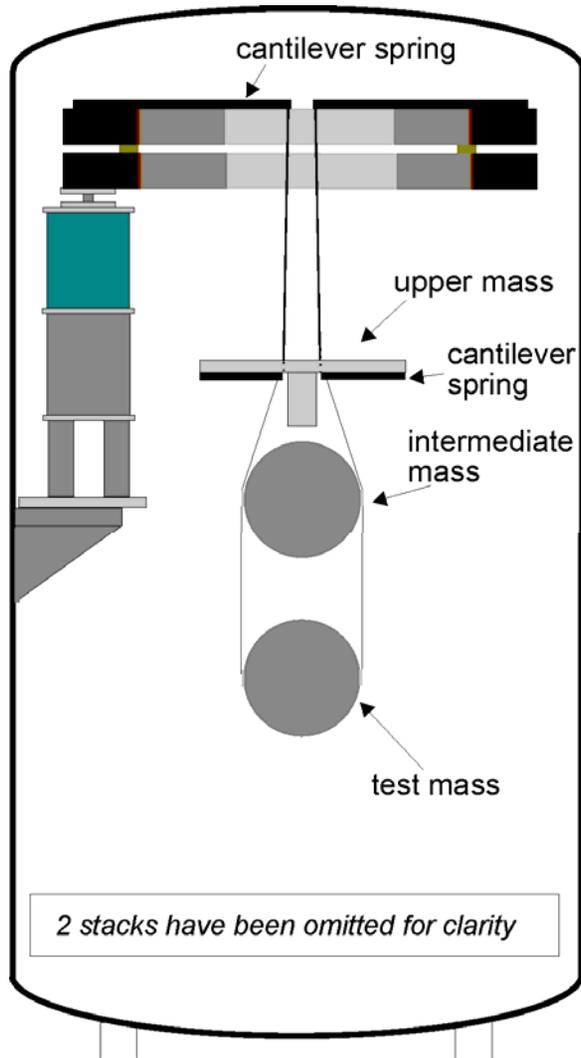
Slave:

Leistung  $P \sim 15$  Watt

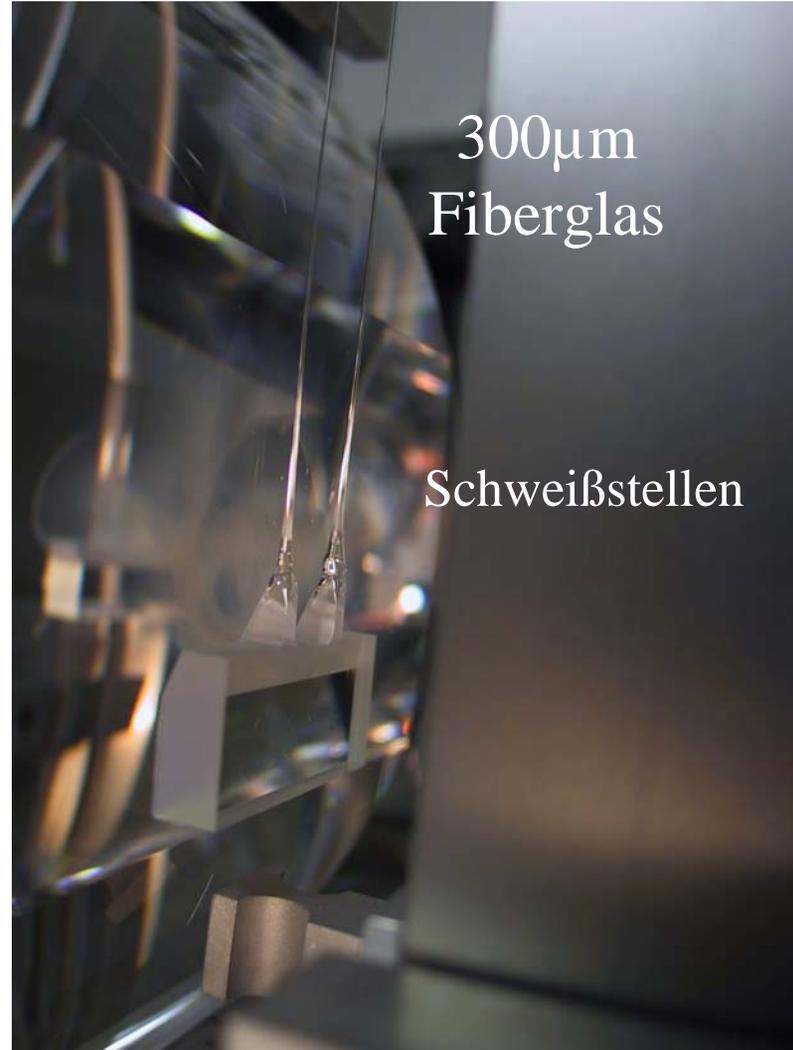
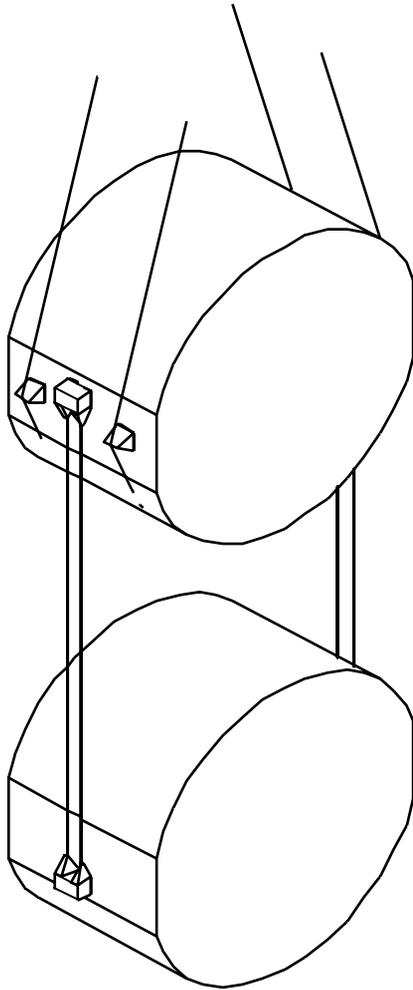
Der Laserkristall ist als Ring-Resonator geschliffen



# GEO Dreifach-Pendel Aufhängung



# Thermisches Rauschen → Monolithische Aufhängung

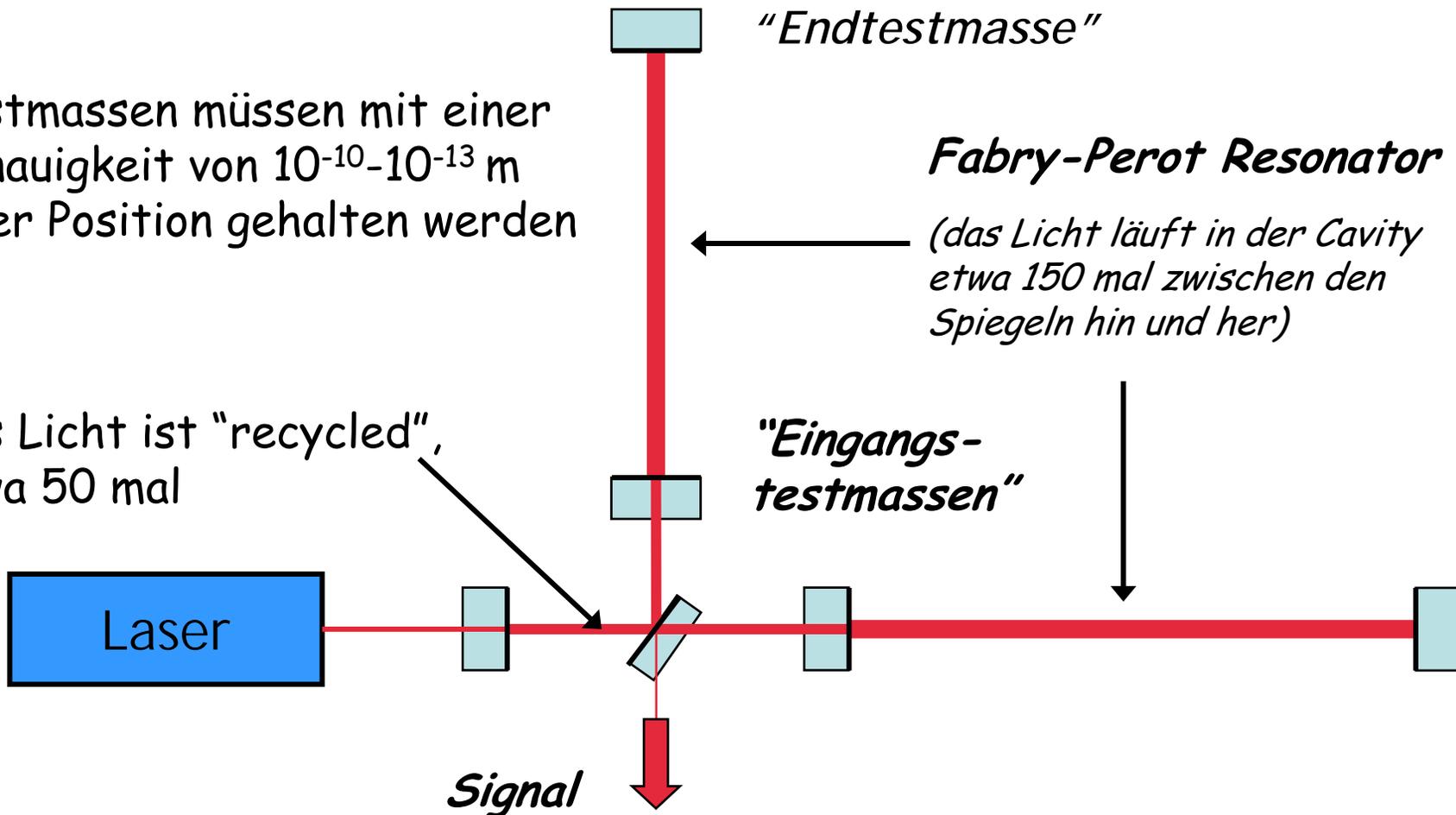


- **Interferometer mit Fabry-Perot Resonator**

- Höhere Lichtleistung, geringeres Schrotrauschen

Testmassen müssen mit einer Genauigkeit von  $10^{-10}$ - $10^{-13}$  m ihrer Position gehalten werden

Das Licht ist "recycled", etwa 50 mal



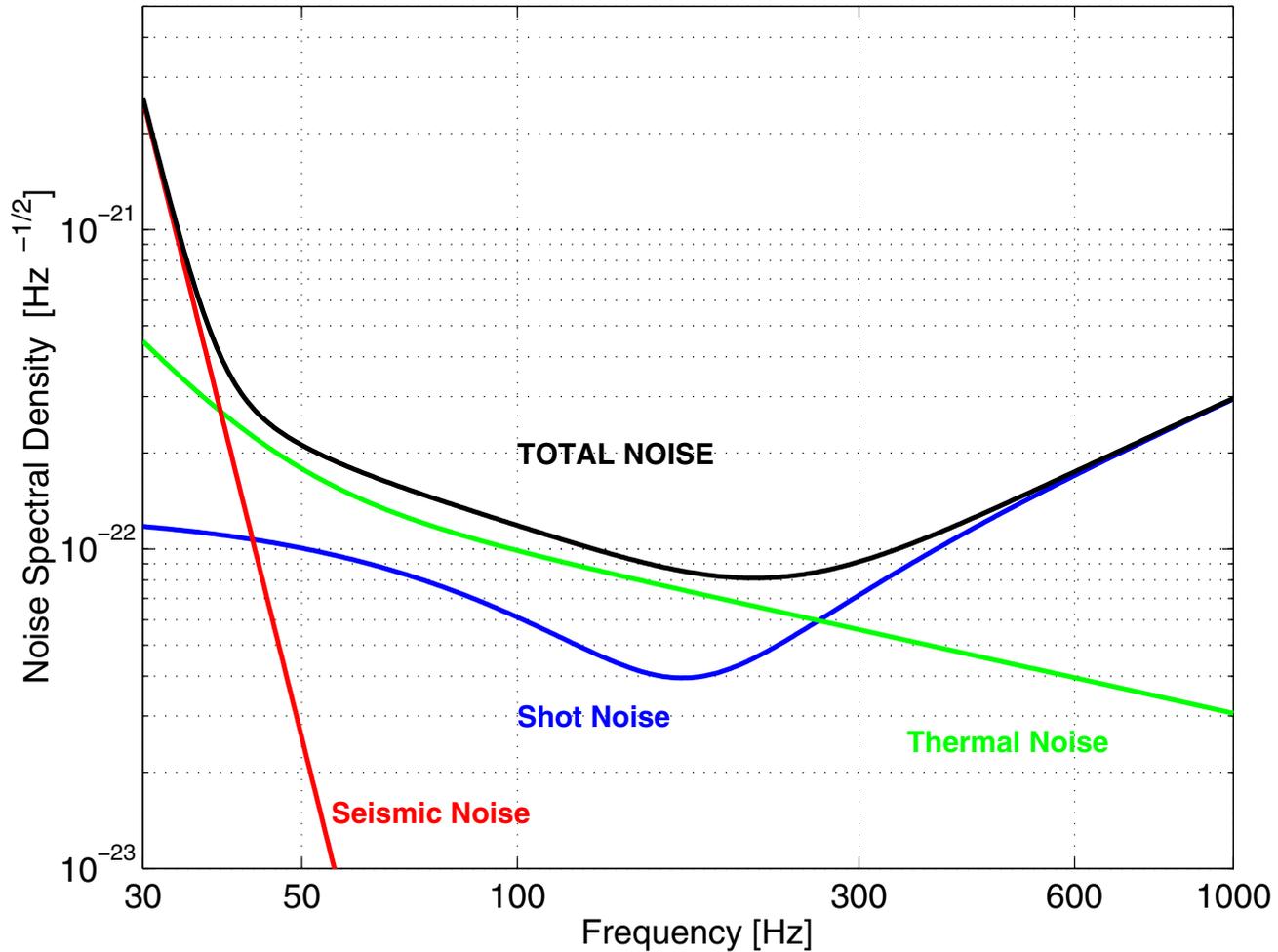
## ● Störquellen:

= Rauschen = alles, was ein GW-Signal vortäuscht, z.B.

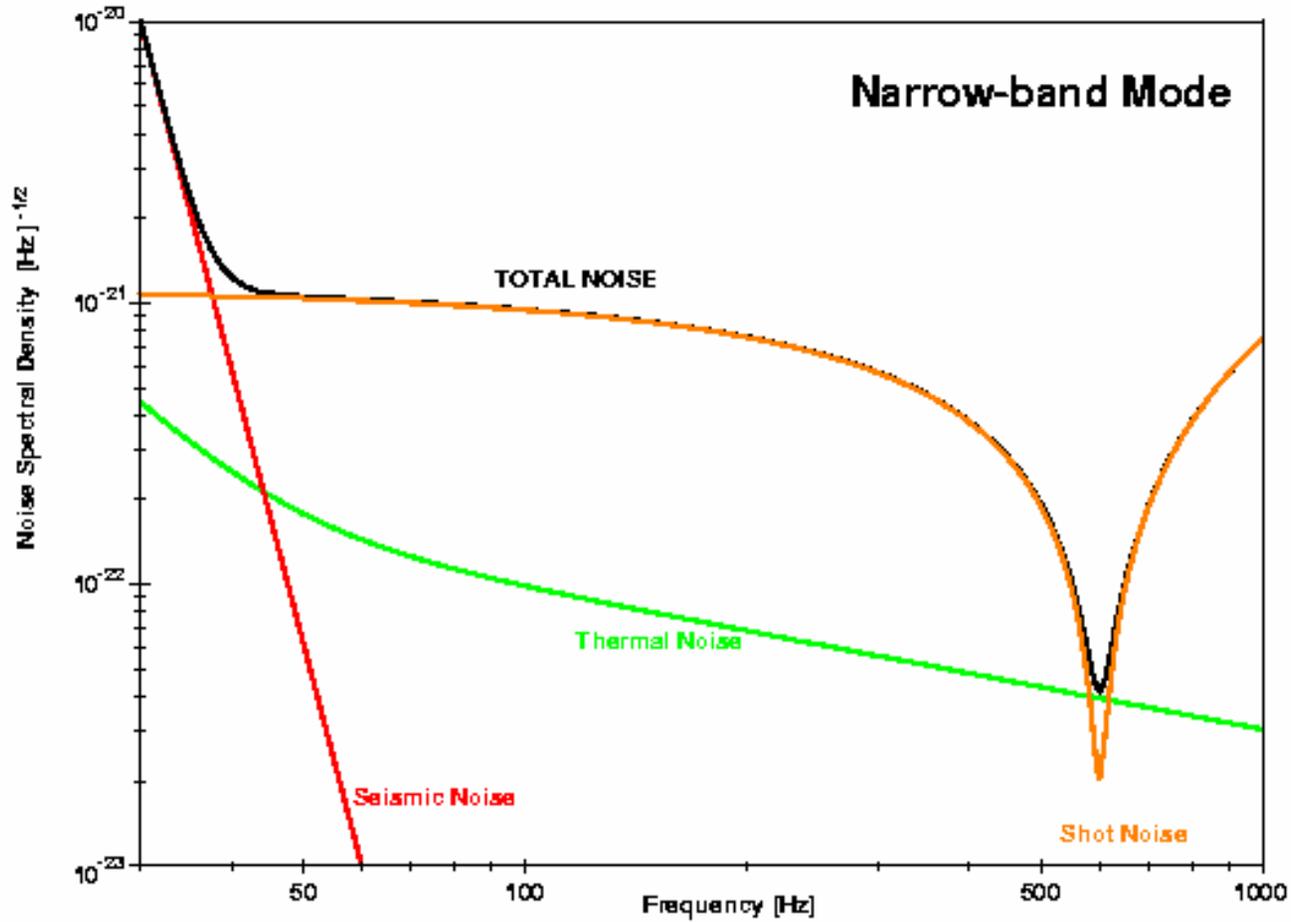
- Seismik, Fahrzeuge, Wolken, Nordseewellen, ...
- Luftbewegung (Akustik, Lichtstreuung)
- Wärmebewegung der Materialien
- Strahlungsdruck des Lichts auf die Spiegel
- Schrotrauschen

Gegenmaßnahmen: **Rauschen unterdrücken !**  
oder in einen Frequenzbereich verschieben, wo es nicht stört

- Breitbandempfindlichkeit von GEO 600



- Empfindlichkeit von GEO 600



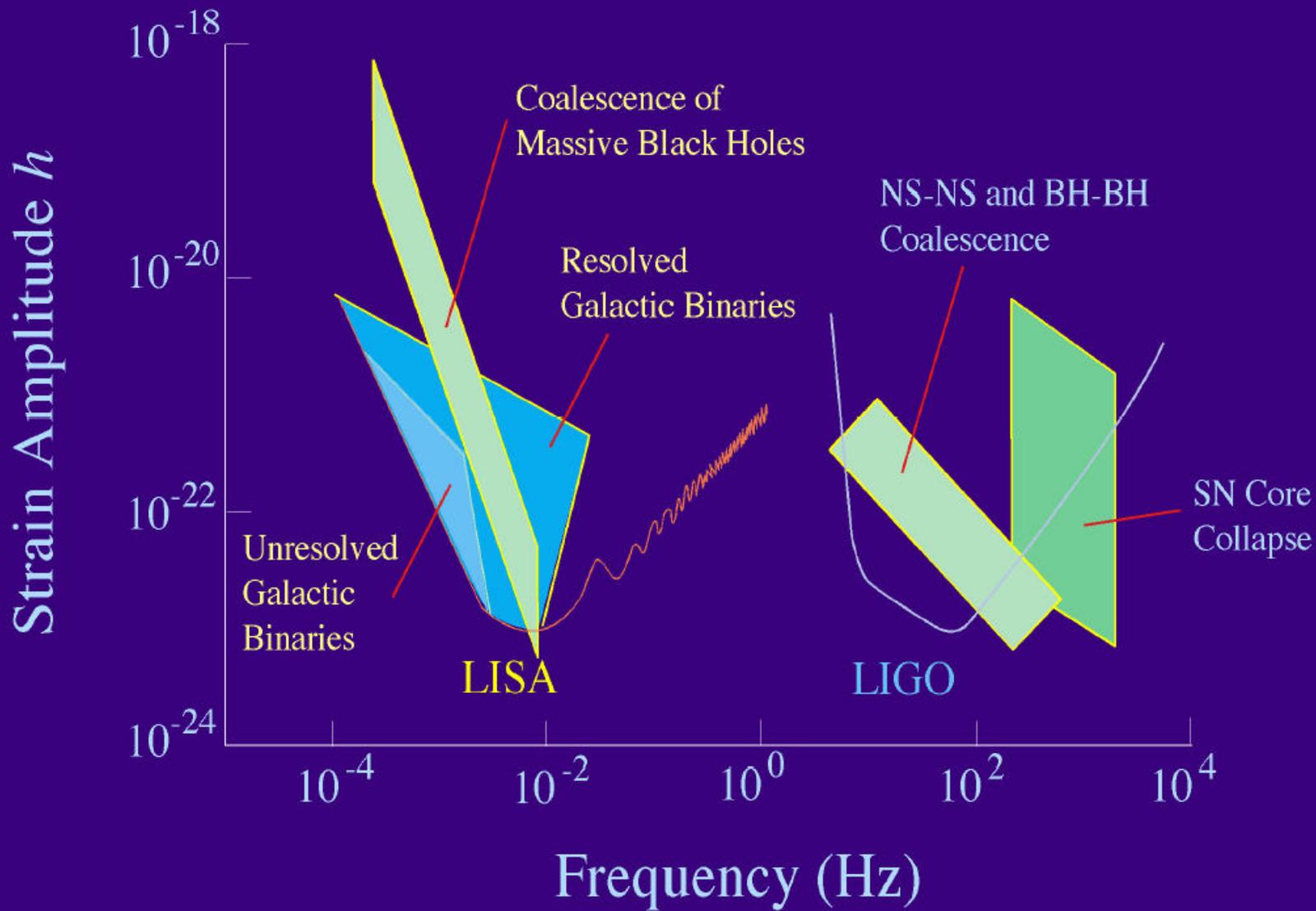
Frequenzbereich ~ 50 Hz – 1 kHz

# Erste Ergebnisse für den Pulsar PSR J1939+2134

Keine Evidenz für GW von diesem Pulsar (**95%** obere Grenzen für h)

<u>IFO</u>	<u>Frequentist FDS</u>	<u>Bayesian TDS</u>
<b>GEO</b>	$(1.94 \pm 0.12) \times 10^{-21}$	$(2.1 \pm 0.1) \times 10^{-21}$
<b>LLO</b>	$(2.83 \pm 0.31) \times 10^{-22}$	$(1.4 \pm 0.1) \times 10^{-22}$
<b>LHO-2K</b>	$(4.71 \pm 0.50) \times 10^{-22}$	$(2.2 \pm 0.2) \times 10^{-22}$
<b>LHO-4K</b>	$(6.42 \pm 0.72) \times 10^{-22}$	$(2.7 \pm 0.3) \times 10^{-22}$
<b>Joint</b>	-	$(1.0 \pm 0.1) \times 10^{-22}$

- $h_0 < 1.0 \times 10^{-22}$  : **Elliptizität**  $< 7.5 \times 10^{-5}$  ( $M = 1.4 M_{\text{sun}}$ ,  $r = 10 \text{ km}$ ,  $R = 3.6 \text{ kpc}$ )
- Frühere Ergebnisse für PSR J1939+2134:
  - $h_0 < 10^{-20}$  (Glasgow, Hough et al., 1983),
  - $h_0 < 3.1(1.5) \times 10^{-17}$  (Caltech, Hereld, 1983).

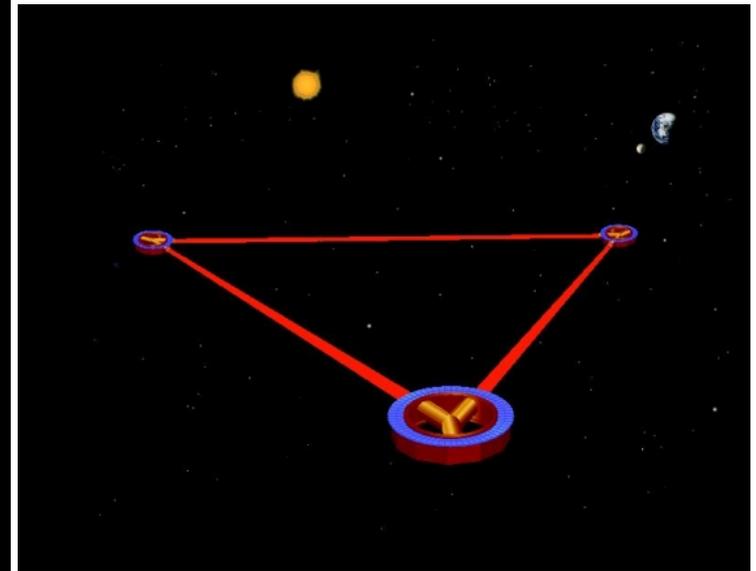
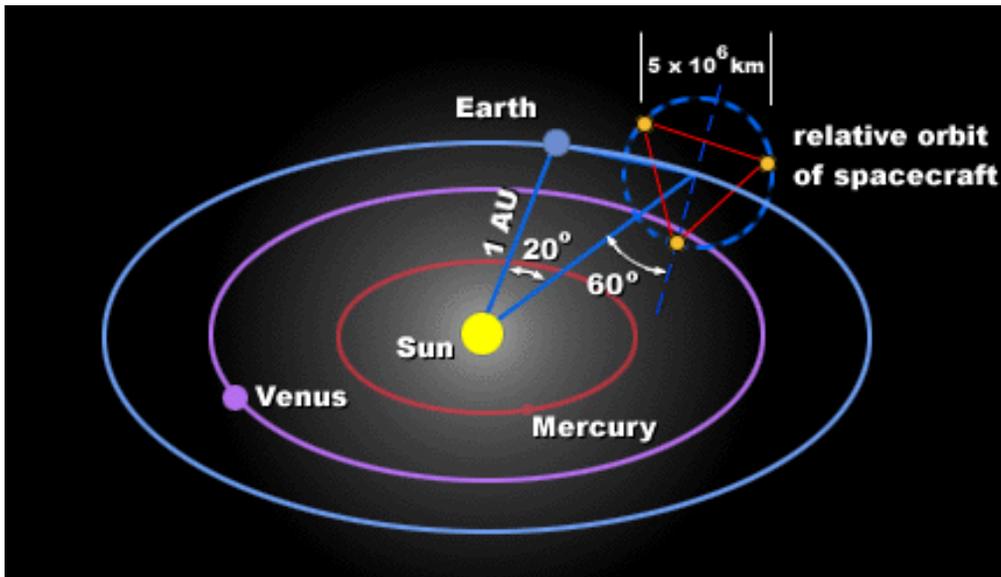


# „Laser Interferometer Space Antenna“

LISA



Ein Laserinterferometer im All  
mit **5 Mio km Armlänge**

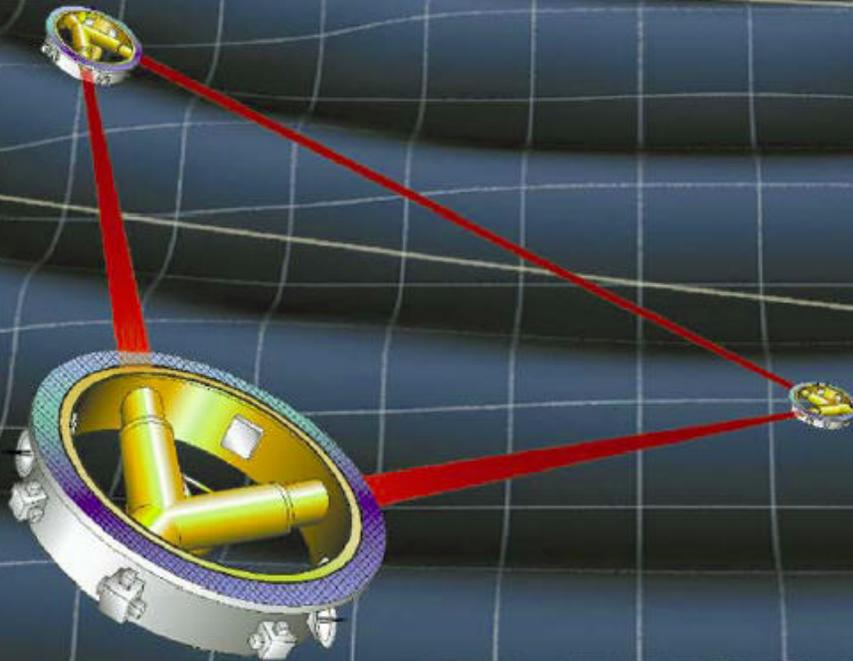


Drei Satelliten in heliozentrischer  
Umlaufbahn  $20^\circ$  hinter der Erde

Vorgesehener Start: 2011

# LISA

Laser Interferometer  
Space Antenna



Jet Propulsion Laboratory  
California Institute of Technology

<http://lisa.jpl.nasa.gov>